10 Unificatie van krachten en deeltjes

Prof. Dr Gerard 't Hooft

De jaren zeventig brachten eenheid in de wereld van de elementaire deeltjes. Voorheen was er een veelheid van uitgangspunten en theorieën waarmee men wedijverde een bruikbare en nauwkeurige omschrijving te vinden van de gedragingen van fundamentele materiedeeltjes. De moeilijkheid was dat men enerzijds de wetten van de *quantummechanica* en anderzijds die van de *speciale relativiteitstheorie* moest respecteren. Sommigen meenden dat alleen een nieuw soort 'holistische' benadering uitkomst kon bieden. Voor elementaire deeltjes zou dit betekenen dat men alle kleine deeltjes moest zien als opgebouwd uit andere deeltjes, en dat geen enkel deeltje meer elementair zou zijn dan het andere. Het pakte echter anders uit.

We weten nu dat de *quantum-veldentheorie* de enige correcte aanpak is. Laten we hiervan nog eens een korte samenvatting geven. Men neemt aan dat er een klein aantal elementaire velden is zoals elektriciteit en magnetisme. Als we daarop de wetten van de quantummechanica toepassen, dan vindt men een 'korrelig gedrag': de elementaire deeltjes. Het eerste voorbeeld daarvan werd kort na de Tweede Wereldoorlog ontwikkeld door pioniers zoals P. Dirac, R. Feynman, J. Schwinger, S. Tomonaga en F. Dyson. Dit was de *quantum-elektrodynamica* (QED). Ze beschrijft hoe elektronen fotonen uitzenden en opvangen, en waarom er antideeltjes (positronen) horen bij de elektronen. In de theorie zijn fotonen, elektronen, positronen en ook sommige zwaardere deeltjes zoals de *muonen*, fundamentele deeltjes. Als zodanig zijn ze anders dan bijvoorbeeld 'muonium'. Dat is een gebonden toestand van een muon en een elektron.

Quantum-elektrodynamica is een model dat met een klein aantal fundamentele velden en veldvergelijkingen de realiteit benadert. Voor elektronen is deze benadering uiterst nauwkeurig want eigenschappen ervan, zoals het magnetisch dipoolmoment, kan men via deze theorie tot in negen cijfers achter de komma correct berekenen.

Om protonen, pionen en zwaardere deeltjes te beschrijven, zijn andere soorten velden nodig. Ieder type veld correspondeert in deze theorie met één elementaire deeltjessoort. Er is een zekere vrijheid in het kiezen van de bijbehorende veldvergelijking, al is die keuze beperkt. Een gevolg hiervan is dat de massa van het deeltje meestal onbepaald is. De rest volgt uit de zeer stringente eis dat de theorie bruikbare en nauwkeurige rekenresultaten moet geven. Als bijvoorbeeld een veld $\phi(\vec{x},t)$ correspondeert met het deeltje F, en een veld $\psi(\vec{x},t)$ met een deeltje G, dan correspondeert het produkt $\phi\times\psi$ met de gebonden toestand F + G. Omdat de vergelijkingen voor $\phi\times\psi$ volgen uit die voor ϕ en ψ, volgen ook de eigenschappen van F + G uit die van F en G.

Het blijkt dat er maar een beperkt aantal deeltjes is dat niet kan worden beschouwd als gebonden toestanden van andere deeltjes (voor zover wij weten). Verder is het duidelijk geworden dat alle ons bekende deeltjes met hun eigenschappen volledig passen in één model dat een beperkt aantal velden omvat en niet meer dan twintig onafhankelijke natuurconstanten. Dit betekent dat er slechts twintig grootheden zijn in de bekende natuurwetten die we niet uit andere natuurconstanten kunnen afleiden en die we daarom experimenteel moeten bepalen (uiteraard zijn er in de praktijk veel meer die we niet nauwkeurig kunnen berekenen, maar formeel volgen die wel uit de theorie).

Er zijn voldoende aanwijzingen dat dit model niet volledig kan zijn. In dit hoofdstuk schetsen we de richtlijnen die moeten worden gevolgd om zo'n model te formuleren. Meer dan een schets kan dit niet zijn omdat een diepgaande behandeling van de vereiste wiskunde veel te ver zou voeren.

We stellen eerst vast dat de theorie bruikbare en nauwkeurige rekenresultaten moet kunnen leveren. De methode om bepaalde wiskundige moeilijkheden te overwinnen in dit soort deeltjestheorieën heet 'renormeren'. Kortom: een deeltjestheorie moet 'renormeerbaar' zijn. De precieze technische betekenis hiervan is in dit bestek niet goed uiteen te zetten. Het komt er ongeveer op neer dat de 'oorspronkelijke' of 'naakte' elektrische lading en massa van een deeltje zoals het elektron niet dezelfde zijn als de werkelijk waargenomen ('gerenormeerde') lading en massa. In sommige berekeningen lijken de verschillen 'oneindig' te zijn. Slechts de gerenormeerde lading en massa zijn praktisch van belang. Een theorie die niet renormeerbaar is, vereist oneindig veel, oneindig gerenormeerde, natuurparameters, en is daardoor zeer beperkt bruikbaar. Wanneer deeltjes elkaar zeer dicht naderen (volgens de onzekerheidsrelatie hebben ze dan een grote impuls en dus ook hoge energie) zouden de interacties zo sterk worden dat berekeningen niet meer mogelijk zijn. In een renormeerbare theorie hangen de interactie-sterktes eveneens van de afstand af, en daarom zijn de moeilijkheden niet helemaal weg, maar ze zijn meestal veel minder ernstig.

Er is één natuurkracht die zich niet in een renormeerbare theorie laat beschrijven: de zwaartekracht. Deze is, althans als we naar deze kracht tussen deeltjes onderling kijken, zo zwak dat we haar kunnen verwaarlozen; een volledige theorie daarvoor is niet bekend. De eis dat de andere krachten renormeerbaar zijn, bleek in te houden dat we slechts drie verschillende typen velden kunnen hebben. Deze corresponderen met deeltjes die op verschillende wijzen om hun as draaien, en wel spin 0, spin $\frac{1}{2}$ en spin 1 (zie hoofdstukken 8 en 9). Met uitzondering van het graviton en het gravitino (die spin 2 respectievelijk $1\frac{1}{2}$ hebben) moet men alle deeltjes met hogere spin beschouwen als gebonden toestanden.

10.1. Velden met spin 1

We beginnen met de velden van de snelst draaiende elementaire deeltjes: spin 1. Lange tijd heeft men gedacht dat er geen renormeerbare theorie te formuleren zou zijn voor deeltjes met spin 1, met uitzondering van het foton, het energiequantum van de Maxwell-velden (elektriciteit en magnetisme). Nu weten we dat zulke theorieën wel geformuleerd kunnen worden en hoe dat moet. De spin 1-velden moeten zogenaamde 'ijkvelden' zijn. Dit zijn velden waarvan de veldvergelijkingen veel lijken op de Maxwell-vergelijkingen (waarover we het hebben gehad in hoofdstuk 2).

Het mathematisch schema dat men volgt bij het formuleren van de veldvergelijkingen is dat van de 'groepentheorie' (zie kader). De velden van de spin 1-deeltjes worden in een 'matrix' gerangschikt (zie kader). Bedenk wel dat ze ook nog een 4-vector vormen in de gewone ruimte en

Matrix

Een vector (symbool: een vet en cursief gezette letter) is een reeks getallen, bijvoorbeeld (2, −4, 3). Het kunnen de drie coördinaten van een punt in de ruimte voorstellen, maar we kunnen er ook een aantal velden mee weergeven. Als we N soorten deeltjes hebben, kunnen we hun velden weergeven als een vector met N componenten. Nu kan men een vector 'draaien'. Bijvoorbeeld de drie coördinaten van een punt in de ruimte: $\boldsymbol{P} = (p_1, p_2, p_3)$ veranderen wanneer we naar een ander coördinatenstelsel overgaan. Deze verandering kan lineair zijn; in dat geval worden de nieuwe coördinaten (q_1, q_2, q_3) gegeven door:

$$\begin{cases} q_1 = a_{11}\,p_1 + a_{12}\,p_2 + a_{13}\,p_3 \\ q_2 = a_{21}\,p_1 + a_{22}\,p_2 + a_{23}\,p_3 \\ q_3 = a_{31}\,p_1 + a_{22}\,p_2 + a_{23}\,p_3. \end{cases} \tag{1}$$

Hierin zijn de negen getallen $a_{11}, \ldots, a_{33}$ coëfficiënten die de draaiing vastleggen. We noemen zo'n verzameling van $N \times N$ getallen een matrix.
We kunnen zo'n matrix ook met één letter aangeven:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \tag{2}$$

Als we de velden van deeltjes draaien noemen we dat een 'ijktransformatie'.
De formules (1) worden vaak verkort weergegeven als:

$$\boldsymbol{X}^1 = A\,\boldsymbol{X}. \tag{3}$$

Voeren we twee draaiingen A en B achter elkaar uit dan is het resultaat weer een draaiing die we C zouden kunnen noemen:

$$\boldsymbol{X}^{11} = B\,\boldsymbol{X}^1 = B\,A\,\boldsymbol{X} = C\,\boldsymbol{X}. \tag{4}$$

De coëfficiënten van de matrix C worden dan gegeven door:

$$\begin{cases} c_{11} = b_{11}\,a_{11} + b_{12}\,a_{21} + b_{13}\,a_{31} \\ c_{12} = b_{11}\,a_{12} + b_{12}\,a_{22} + b_{13}\,a_{32} \\ \text{enzovoort.} \end{cases} \tag{5}$$

We zeggen dat C het produkt is van B en A, maar merk wel op dat dit produkt van de volgorde afhangt: $BA \neq AB$. Er is ook een 'draaiing' E die alle vectoren op hun plaats laat. Dit noemen we de eenheidsdraaiing, gegeven door de eenheidsmatrix:

$$\begin{aligned} e_{11} &= e_{22} = e_{33} = 1\,; \\ e_{12} &= e_{13} = \ldots = 0\,. \end{aligned} \tag{6}$$

tijd; een U(2) ijkveld heeft dus alles bij elkaar 4 × 2 × 2 complexe componenten! De velden van de andere deeltjes vormen meestal een vector in de ijkruimte. Een groep duidt men aan met een wiskundig symbool zoals SU(3), E_8. Kenmerkend voor de ijktheorie is dat er één fundamentele, niet berekenbare natuurconstante optreedt voor iedere groep die men invoert. Het 'standaardmodel', dat alle bekende deeltjes goed beschrijft en dat uitvoerig is beschreven in het voorgaande hoofdstuk, is gebaseerd op

$$SU(2) \times U(1) \times SU(3),$$

dat wil zeggen er zijn drie groepen nodig voor alle tot nu toe bekende fundamentele deeltjes met spin 1.
Er zijn dan ook drie natuurconstanten, die we aanduiden met g, g' en g_s. Hiervan zijn g en g' betrekkelijk klein. Ze corresponderen met de elektromagnetische en zwakke krachten.
De grootheid g_s bepaalt de sterkte van de sterke kracht. De waarde is afhankelijk van hoe men hem definieert, want bij zeer hoge energie is de sterke kracht minder sterk dan bij lage energie.

Groepentheorie

Bij 'gewone' draaiingen in de driedimensionale ruimte blijven de hoeken tussen gedraaide vectoren en ook hun lengten dezelfde als voorheen. Niet iedere willekeurige matrix A correspondeert met zo'n draaiing. We noemen draaiingen die de hoeken en lengten behouden laten 'orthogonaal'; de bijbehorende matrix moet dan aan zekere wiskundige vergelijkingen voldoen en we noemen zo'n matrix ook orthogonaal.
Het produkt van twee orthogonale matrices is weer orthogonaal. De verzameling van alle orthogonale 3×3 matrices noemen we de 'groep O(3)'.
Een verzameling (zoals O(3)) noemen we een groep wanneer er een vermenigvuldiging is gedefinieerd: $C = BA$ (zie kader Matrix).

Er moet gelden:
- als $D = C(BA)$, dan moet ook $D = (CB)A$ zijn;
- er is een eenheidselement E, zodanig dat voor alle matrices geldt: $EA = AE = A$;
- iedere matrix A heeft een 'inverse' genaamd A^{-1} met de eigenschap: $AA^{-1} = A^{-1}A = E$.

Ook vectoren bestaande uit N complexe getallen kunnen gedraaid worden. Dan willen we vaak dat de totale lengte van een complexe vector behouden blijft. De bijbehorende matrix bestaat uit $N \times N$ complexe getallen en behoort tot de groep U(N) (van 'unitair'). Een verdere beperking die men dikwijls oplegt aan matrices in een groep heeft betrekking op het begrip 'determinant' (de waarde van een determinant wordt volgens een vaste rekenregel uit de elementen van de matrix berekend), en duidt men aan met de letter S voor 'speciaal'. Zo verkrijgt men de serie van 'Lie groepen' SU(2), SU(3), ... en SO(2), SO(3), SO(4) ... Wiskundigen hebben nog vijf andere soortgelijke Lie-groepen gedefinieerd die worden aangeduid met de symbolen G_2, F_4, E_6, E_7 en E_8.

Het aantal soorten spin 1-deeltjes bij een groep SU(N) is N^2-1 (de matrix heeft $N \times N$ componenten maar de S betekent hier dat er een beperkende voorwaarde geldt: $a_{11} + a_{22} + a_{33} = 0$, zodat er één deeltje afvalt). Bij de U(1)-theorie is er één. Het SU(2) ijkveld heeft als quantumdeeltjes de elektrisch geladen *zwakke intermediaire vectorbosonen* W^+ en W^-, en het neutrale W°. Het oorspronkelijke foton van QED is nu een 'mengsel' van het W° en het U(1) ijkboson B_o. Met 'mengsel' bedoelen we dat er voortdurend overgangen plaatsvinden,

$$W^\circ \leftrightarrow B_o.$$

Het resultaat van dit mengproces is dat er weer twee soorten deeltjes kunnen zijn: het foton (γ) en het neutrale intermediaire vectorboson Z°. Een mengsel van twee deeltjes is dus iets heel anders dan een gebonden toestand. In een gebonden toestand hebben we twee of meer deeltjes die gelijktijdig aanwezig zijn. Het veld van een gebonden toestand van A en B wordt gegeven door het produkt $\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$. Als we daarentegen A en B mengen, zien we altijd maar één deeltje, waarvan er twee soorten kunnen zijn, bijvoorbeeld met de velden $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$ en $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$. Het mengproces geeft daarom vaak verschijnselen die te maken hebben met interferentie.

De sterke kracht wordt overgebracht door $3^2-1 = 8$ deeltjes met spin 1, die we 'gluonen' noemen.

10.2. Velden met spin $\frac{1}{2}$

Een tweede groep bestaat uit de deeltjes met spin $\frac{1}{2}$; dit zijn de fermionen. Net als de spin 1-deeltjes worden ze gerangschikt in groepjes, waarbij we de bijbehorende velden meestal in vectoren rangschikken. Deze vectoren noemen we 'multipletten'. Het matrixveld van de ijkdeeltjes heeft nu het effect van een draaiing op deze vectoren (zie kaders), zodat in een ijkveld een deeltje kan veranderen in een van zijn soortgenoten die in hetzelfde multiplet staan.
Sommige deeltjes vormen een groep in hun eentje (singlet), hetgeen betekent dat ze geen soortgenoten hebben. Hun veld kan niet in een ander veld overgaan, maar als het een complex getal is kan het wel draaien in het complexe vlak als er een U(1) ijkveld op werkt. Ook dat heeft het effect van een kracht die erop werkt.

In het standaardmodel komen twee soorten fermionen voor: de leptonen en de quarks. We hebben deze al gezien in hoofdstuk 9, maar we willen nu wat uitgebreider stilstaan bij de groepsstructuur. Leptonen zitten steeds in doubletten. We kennen er drie:

$$\begin{bmatrix} \nu_e \\ e^- \end{bmatrix}_L , \quad \begin{bmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{bmatrix}_L , \quad \begin{bmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{bmatrix}_L ,$$

en de bijbehorende antideeltjes:

$$\begin{bmatrix} e^+ \\ \bar{\nu}_e \end{bmatrix}_R , \quad \begin{bmatrix} \mu^+ \\ \bar{\nu}_\mu \end{bmatrix}_R , \quad \begin{bmatrix} \tau^+ \\ \bar{\nu}_\tau \end{bmatrix}_R ,$$

L en R betekenen dat alleen de linksdraaiende respectievelijk rechtsdraaiende componenten van deze velden in die multipletten zitten. Dit is een technische complicatie: bij deeltjes die draaien, kan men de draaibeweging beschouwen ten opzichte van een draaias evenwijdig aan de bewegingsrichting van het deeltje. Dit noemen we de 'heliciteit' van een deeltje. Fermionen met linksdraaiende heliciteit zitten in een andere multiplet-combinatie dan hun evenknie met rechtsdraaiende heliciteit. Neutrino's kunnen uitsluitend linksom draaien ten opzichte van hun bewegingsrichting, dus bij hen ontbreekt de rechtshandige heliciteit. Het tegenovergestelde geldt voor antineutrino's. Een elektron (e), muon

(μ) en tau (τ) kunnen alle kanten op draaien. Daarom moeten hun velden ook rechtse componenten hebben. Ze blijken singletten te vormen:

$$e_R^- \ , \ \mu_R^- \ , \ \tau_R^- \ ,$$
$$e_L^+ \ , \ \mu_L^+ \ , \ \tau_L^+ \ .$$

De singletten voelen alleen het U(1) veld, de doubletten ook het SU(2) veld. Leptonen zijn niet gevoelig voor de sterke SU(3) velden.

De quarks, genaamd up (u), down (d), strange (s), charm (c), bottom (b) en vermoedelijk ook top (t), hebben ten opzichte van de elektro-zwakke SU(2)$\times$U(1) krachten praktisch dezelfde structuur als de leptonen. Ook hier hebben we drie doubletten:

$$\begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix}_L \ , \ \begin{bmatrix} c \\ s \end{bmatrix}_L \ , \ \begin{bmatrix} t \\ b \end{bmatrix}_L \ ;$$

maar nu hebben alle velden ook rechtsdraaiende tegenhangers, alle zes zijn dat singletten (ten opzichte van SU(2)).

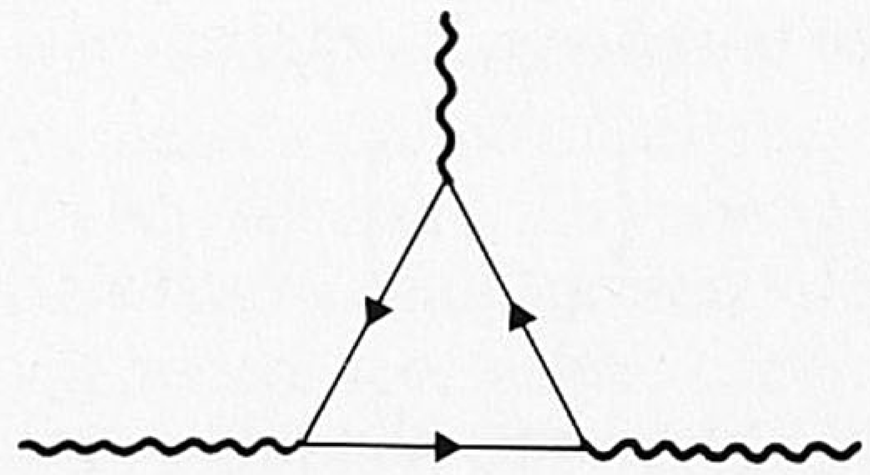
Het verschil met de leptonen is dat quarkvelden *tripletten* zijn ten opzichte van de sterke groep SU(3). We hebben dus nu

$$\begin{bmatrix} u_r & u_b & u_g \\ d_r & d_b & d_g \end{bmatrix} \ , \ \text{enzovoort} \ ,$$

waarin r, b en g staan voor 'rood', 'blauw' en 'groen'.

Anomalie

Het is belangrijk dat het standaardmodel evenveel quark-multipletten als lepton-multipletten bevat. We spreken van drie generaties van quarks en leptonen. Er schuilt namelijk een moeilijkheid in de precieze formulering van een ijktheorie wanneer linksdraaiende fermionen anders op de ijkvelden reageren dan rechtsdraaiende. Dan kan er namelijk een *anomalie* optreden bij de berekening van driehoeksdiagrammen. Men moet dit zien als een grafische voorstelling van de berekening van het effect van een fermion dat zich tijdelijk losmaakt van een antifermion, drie keer reageert met een ijkveld, en dan weer in het antideeltje opgaat. De gesloten lijn is het fermion, de krullijntjes zijn ijkfotonen.



Figuur 10.1.

Zo'n diagram geeft tegenstrijdigheden tenzij de bijdragen van de diverse multipletten elkaar neutraliseren. Dit is het geval indien we evenveel quarks als leptonsoorten hebben. Deze driehoeksanomalie hangt samen met fundamentele wiskundige aspecten van de ijktheorie. Men kan aantonen dat, als deze anomalie eenmaal is geneutraliseerd, er geen moeilijkheden van deze aard meer kunnen voorkomen.

Spin

Bij het bestuderen van de *spin* van elementaire deeltjes moet men onderscheid maken tussen *massieve* en *massaloze* deeltjes. Een massaloos deeltje beweegt altijd met de lichtsnelheid. Een massief deeltje (dat wil zeggen een deeltje met massa $\neq$ 0) kan worden bestudeerd door een meebewegende waarnemer; het is dan in rust. Volgens de quantummechanica wordt de draaibeweging (spin) beschreven door de impulsmoment-operatoren J_x, J_y en J_z. We schrijven

$$J^2 = J_x^2+J_y^2+J_z^2.$$

Nu kunnen J_x en J_y, of J_x en J_z, niet gelijktijdig scherp bepaald worden; er geldt een onzekerheidsprincipe voor. Echter, J^2 en één van de drie andere, bijvoorbeeld J_z, kunnen wel gelijktijdig worden bepaald. Men vindt

$$J^2 = j\times(j+1), j= \ldots 0, \tfrac{1}{2}, 1, \text{of} \ldots \text{enzovoort.};$$
$$J_z = m = -j \text{ of } -j+1, \ldots \text{ of } +j.$$

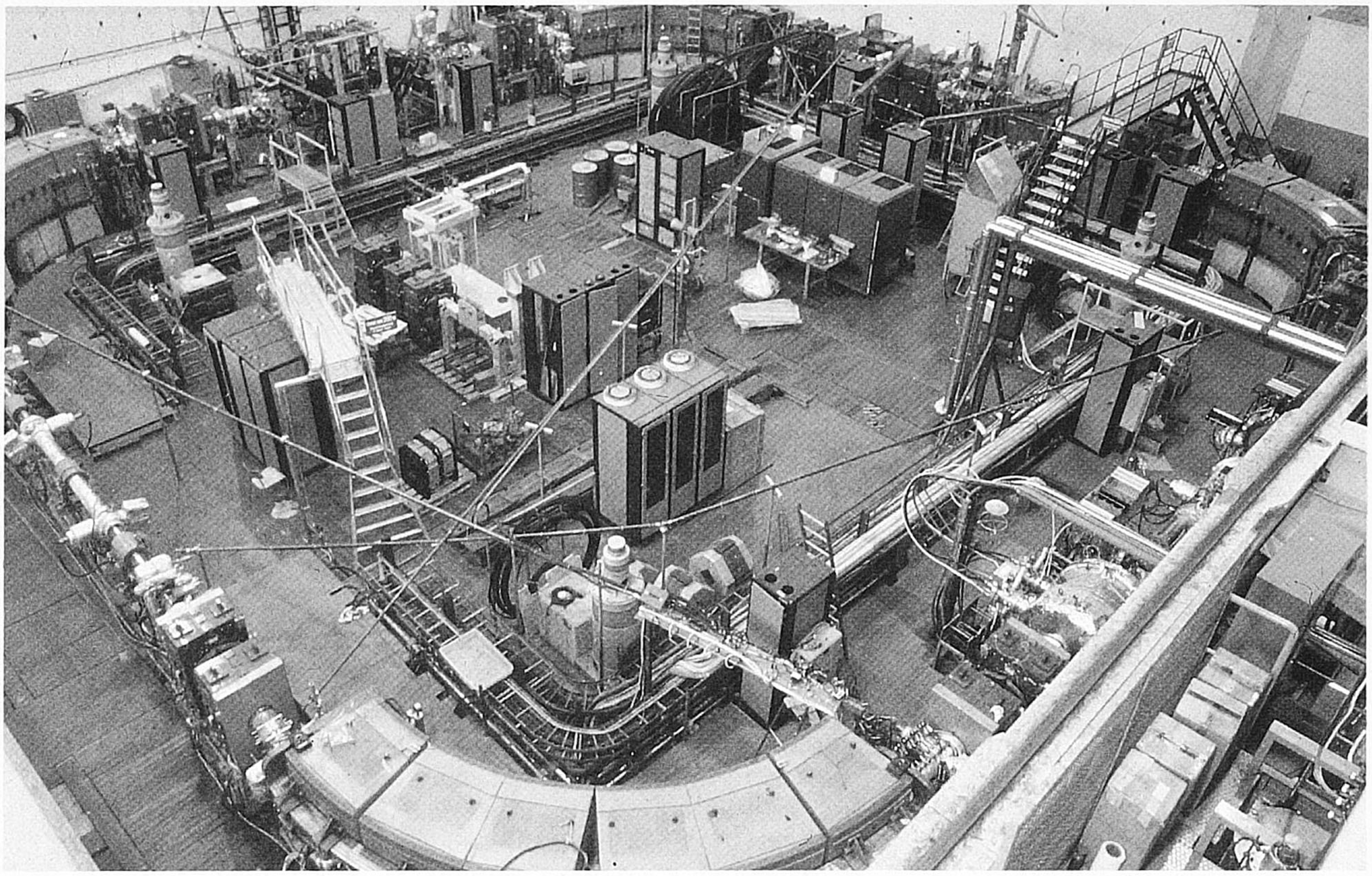
In het geval van een spinnend deeltje schrijven we meestal s en m_s in plaats van j, m. We noemen s de totale spin en m_s de spin in de z-richting. Elementaire deeltjes hebben meestal één vaste waarde voor s, en het getal m_s mag dan $2s+1$ waarden aannemen. Deeltjes met spin 0, $\tfrac{1}{2}$, 1, ... kunnen daarom in 1 respectievelijk 2, respectievelijk 3, enzovoort quantumtoestanden zitten.

De elektrische lading van deze deeltjes wordt bepaald door de koppeling met het U(1) veld en is voor quarks en leptonen verschillend: in een lepton-doublet is altijd één component geladen en één neutraal. Bij de quarks heeft de eerste component lading $+\tfrac{2}{3}$ en de tweede $-\tfrac{1}{3}$; bij de antiquarks is dit tegengesteld. Alle hadronen zijn op zodanige wijze uit quarks opgebouwd dat de 'kleur' op 'wit' of een grijstint uitkomt; hun elektrische lading blijkt dan altijd een geheel getal te zijn.

Het topquark t is nog niet met zekerheid aangetoond. Vermoedelijk is het zo zwaar dat er 40 of meer Giga-elektronvolts voor nodig zijn om het te produceren. Het is mogelijk dat het vrij snel wordt gevonden; wellicht door de LEP-machine van CERN. Het bottomquark b is wel gedetecteerd. Zowel de gebonden toestand met één bottomquark (ūb, d̄b) als met een bottomquark met dito antiquark (b̄b) zijn waargenomen. De massa van ūb en d̄b is rond de 5270 MeV/c^2, en b̄b, ook wel 'Upsilon' (Υ) genaamd, is 9460 MeV/c^2 zwaar, ruim tien maal zo zwaar als een proton. We leiden hieruit af dat het b-quark een massa zou hebben van ongeveer 4700 MeV/c^2.

10.3. Velden met spin 0

En tenslotte zijn er de spin 0-deeltjes. In theorie mogen er allerlei soorten multipletten van worden ingevoerd, maar in het standaardmodel is er slechts één doublet van. De velden van deze deeltjes zijn *scalair*, in die zin dat ze – in tegenstelling tot vectorvelden – geen bepaalde richting in de ruimte hebben.



Figuur 10.2
LEAR-machine CERN

We beschouwen de *lege ruimte*, of *vacuüm*, als de toestand waarbij alle velden zodanige waarden aannemen dat de totale energie zo klein mogelijk is. Alleen een scalair veld mag dan ongelijk nul zijn. Dikwijls is slechts één component van dat scalaire multiplet ongelijk nul. Dit verbreekt de symmetrie van de multipletten. Alleen op deze wijze kunnen we in ons model verschillen aanbrengen tussen leden van één multiplet, zoals het elektron en het e-neutrino. Die verschillen ontstaan doordat de diverse deeltjes met elkaar wisselwerken. Daarom is het voorkomen van tenminste één scalair veld in het standaardmodel noodzakelijk. Het corresponderende deeltje, het Higgs-deeltje, is echter nog niet aangetoond. Het scalaire veld is ook nodig om leptonen en quarks hun massa te geven, die anders vanwege de ijksymmetrie nul had moeten zijn.

Spin 0-deeltjes hebben het minst last van de restrictie dat ons model renormeerbaar moet zijn. Er zijn heel wat mogelijkheden voor interacties. Ze geven dus aanleiding tot vrije (en daarom onvoorspelbare) parameters. Sommige daarvan zijn onmisbaar, zoals de diverse massa's van quarks en leptonen, maar hoe meer scalairen, des te meer parameters. Slechts één scalair doublet is nodig voor het standaardmodel: het Higgs-veld. We kunnen niet uitsluiten dat er in het standaardmodel nog meer scalaire velden moeten worden toegevoegd, waardoor er nieuwe onafhankelijke natuurconstanten zouden optreden; erg waarschijnlijk wordt dit echter niet geacht. Waarschijnlijker is dat het standaardmodel veel ingrijpender herzieningen nodig zal hebben bij veel hogere energieën.

Het scalaire veld is ook verantwoordelijk voor het 'mengen' van deeltjes. Niet alleen mengt het U(1) foton A zich met de neutrale SU(2) component W°, maar ook onder de quarks vindt menging plaats. Het s-quark mengt met het d-quark. Deze menging maakt bij de zwakke interacties de overgang $s \rightarrow u$ mogelijk), via het d-quark: $s \rightarrow d \rightarrow u$, zodat deeltjes die een vreemd quark (s) bevatten kunnen vervallen in deeltjes zonder vreemdheid.

Met 19 'vrije' constanten (plus één voor gravitatie) beschrijft dit standaardmodel alle bekende natuurverschijnselen. Rond 1975 werd dit algemeen aanvaard, maar we zijn toch nog niet tevreden. Bij zeer hoge energie (of, wat op hetzelfde neerkomt, wanneer deeltjes elkaar zéér dicht naderen) is dit model niet stabiel. Als we in de vrije parameters die op zeer kleine afstand de wisselwerkingen tussen de deeltjes beschrijven, een minieme wijziging zouden aanbrengen, dan zou dit drastische gevolgen hebben voor hun gedrag op grotere afstanden. Een onnatuurlijke 'finetuning' is nodig om iets te krijgen dat lijkt op de wereld van deeltjes die we nu zien. Waarom zijn die parameters zo op elkaar afgestemd? Binnen het raam van onze theorieën vinden we geen antwoord op die vraag.

Spin van massaloos deeltje

Bij een massaloos deeltje kunnen we in plaats van J_z altijd de *projectie* van het impulsmoment langs de voortbewegingsrichting kiezen. Voor het gemak laten we dat de z-richting zijn. Het bijzondere van een massaloos deeltje is dat deze projectie voor iedere waarnemer, ongeacht diens snelheid, dezelfde blijft. Daarom kunnen we deeltjes met verschillende m_s als verschillende deeltjes opvatten. Voor een massaloos deeltje hebben we daarom maar twee mogelijke waarden voor m_s:

$$m_s = \pm s.$$

De verschillende tekens worden door spiegeling uit elkaar verkregen. Sommige deeltjes zoals neutrino's hebben (net als vampiers) geen spiegelbeeld, en dan is er maar één waarde voor m_s. Neutrino's hebben $m_s = \frac{1}{2}$ of $-\frac{1}{2}$; het foton heeft $m_s = \pm 1$ en het graviton heeft $m_s = \pm 2$. Alleen in supergravitatie hebben we een of meer massaloze gravitino's met $m_s = \pm 1\frac{1}{2}$.

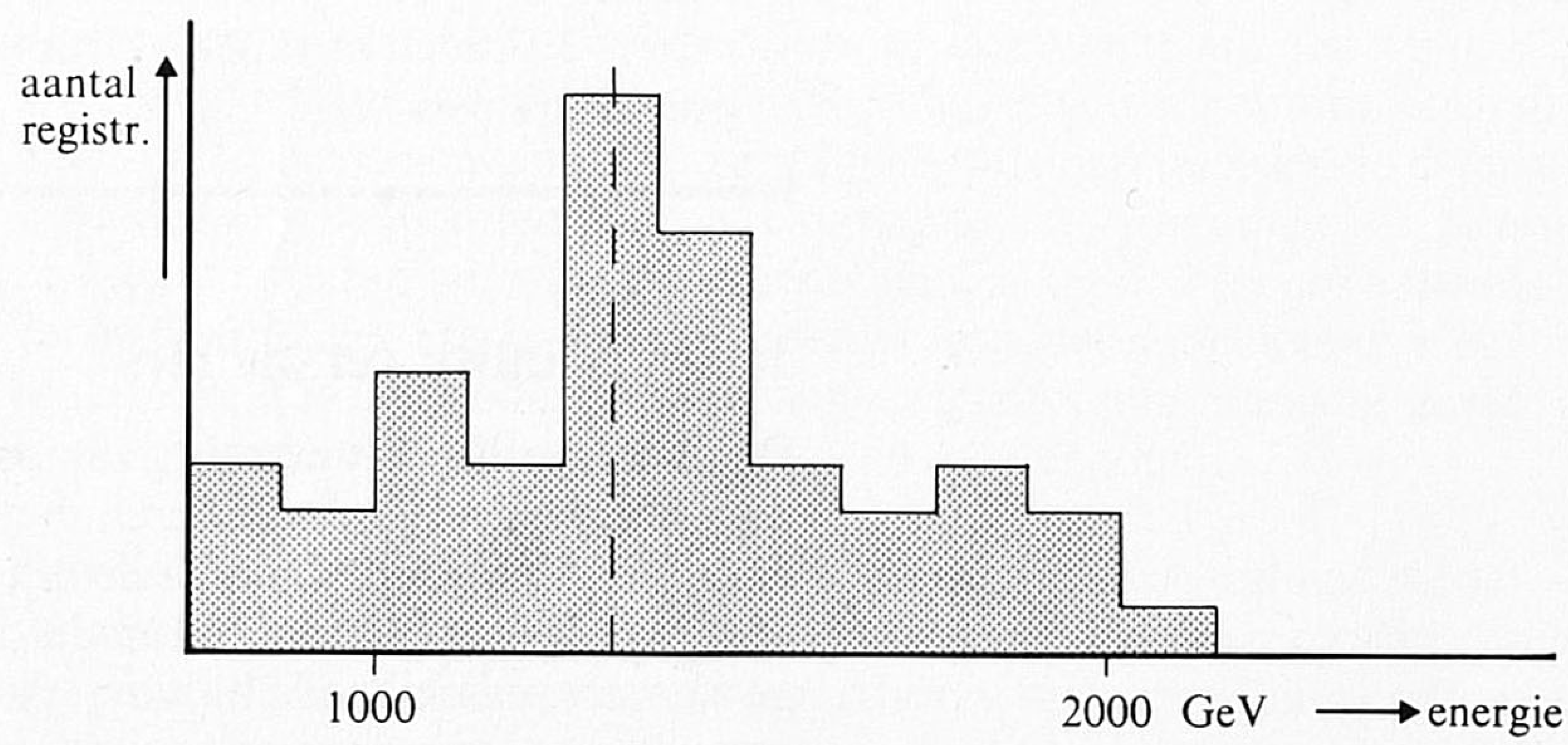
10.4. Nieuwe versnellers

De onnatuurlijke afstemming van parameters wordt van grote betekenis wanneer we deeltjes bestuderen met bewegingsenergieën van meer dan 1000 GeV. Onze huidige deeltjesversnellers bereiken die energie nog niet. De ervaring leert dat een model dat onwaarschijnlijke samenzweringen tussen verschillende natuurverschijnselen verlangt in een gebied waar nog geen waarnemingen zijn gedaan, hoogstwaarschijnlijk in dat gebied zijn geldigheid verliest. Algemeen verwacht men dan ook dat er zich bij botsingen met meer dan 1000 GeV verschijnselen zullen voordoen die een uitbreiding van het huidige model vereisen.

In Genève is een versneller (genaamd LEP, Large Electron Positron collider) in aanbouw waarmee men elektronen en positronen met enige honderden GeV tegen elkaar kan laten botsen. In grote hoeveelheden zullen dan de intermediaire vectorbosonen $W^{\pm}$ en Z° geproduceerd en bestudeerd kunnen worden. Die energie is weliswaar nog niet groot genoeg om het finetuning-probleem op te lossen, maar wel kunnen dan vele andere details van het standaardmodel getest en zonodig gecorrigeerd worden. Op dit moment bijvoorbeeld kennen wij drie onafhankelijke leptondoubletten en evenveel quark-multipletten (drie generaties dus). Maar er is niets in het model dat het bestaan van meer generaties verbiedt (al is er wel een grens aan het in totaal toegestane aantal). LEP zal ons in staat stellen vast te stellen welk percentage van de Z° deeltjes in neutrino's uiteenvalt, waarmee we dan ook het aantal *neutrinosoorten* te weten komen. Daarmee zal ook het aantal generaties vast komen te staan.

De achilleshiel van het standaardmodel is het eerder genoemde finetuningprobleem. Dat betekent dat het model de werkelijkheid niet goed meer beschrijft boven de 1000 GeV. In de verenigde Staten zijn plannen om een gigantische versneller: SSC ('Superconducting Super Collider') te gaan bouwen, vele tientallen kilometers groot. Daarin hoopt men protonen te versnellen tot zo'n 20 000 GeV. Bij dergelijke energieën kan men een proton zien als een sneeuwbal vol quarks, gluonen en antiquarks, ieder met een energie van hooguit enkele duizenden GeV. Wanneer twee protonen botsen, botst in feite één quark van het ene proton tegen een quark of antiquark van het andere, waarbij de totale botsingsenergie 2000 à 3000 GeV bedraagt. Dat is juist voldoende om boven die magische grens uit te komen waar we fundamenteel nieuwe verschijnselen verwachten. Dan pas kan het model verder worden verbeterd. Wanneer door deze enorme apparaten nieuwe deeltjes worden geproduceerd, zal men het bestaan ervan kunnen afleiden door statistische studie van de gebeurtenissen bij een botsing.

Een voorbeeld? Stel dat er zo nu en dan een deeltje X ontstaat met een massa van 1317 GeV/c^2 en bij voorkeur in twee muonen uiteenvalt. Als men van ieder paar muonsporen dat men bij botsingen detecteert, de bewegingsenergie per muon en hun relatieve beweging registreert, en het aantal waarnemingen uitzet tegen 'muon-energie', dan zal een kleine piek te zien zijn bij 1317 GeV/c^2. Als alle andere mogelijke oorzaken zijn onderzocht en geëlimineerd, zal men dan het bestaan van deeltje X kunnen vaststellen.



Figuur 10.3.

Er zijn drie mogelijkheden voor de uitkomsten van zulke onderzoekingen (aangenomen dat ze inderdaad zullen plaatsvinden, hetgeen gezien de gigantische kosten verre van zeker is).

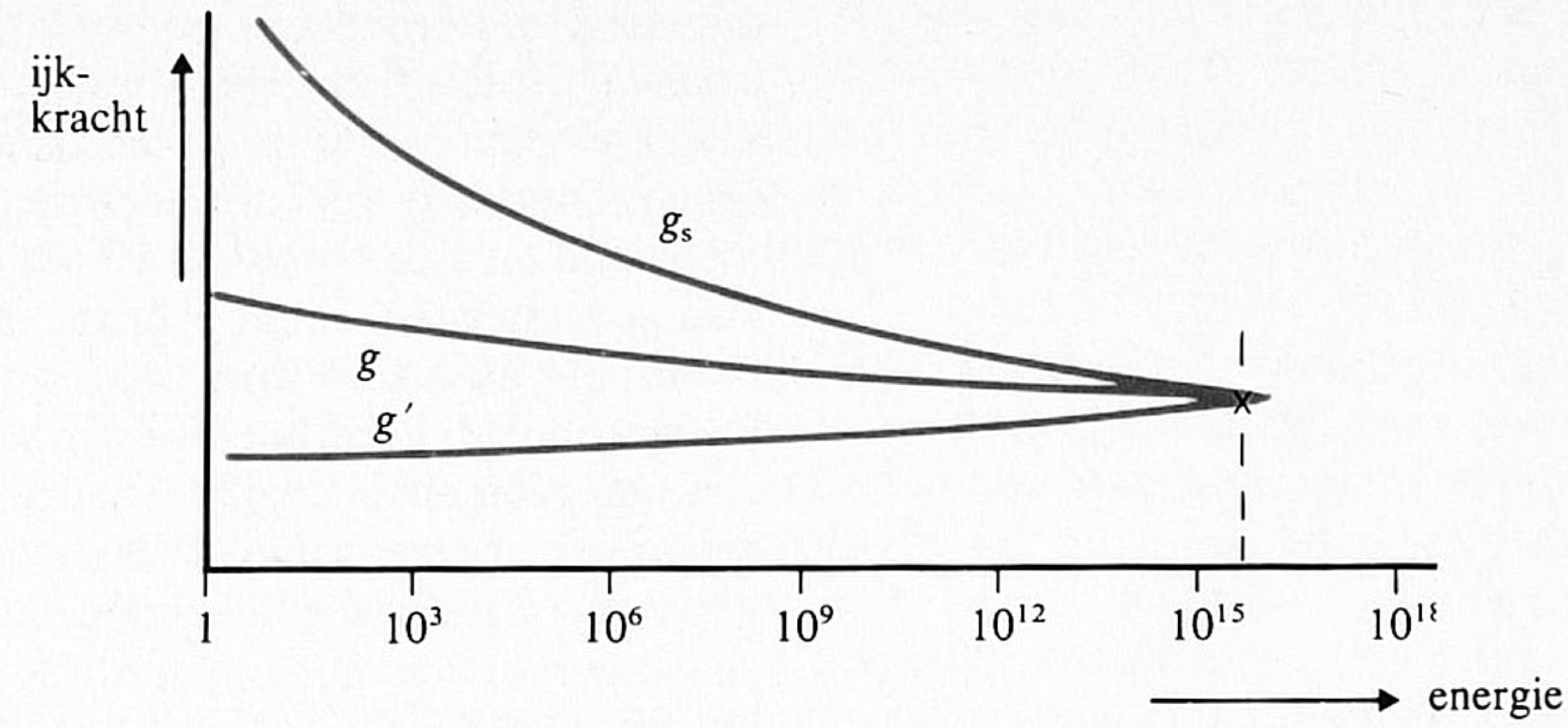
1. Het standaardmodel is goed. Men vindt wellicht nog een generatie quarks en leptonen en misschien zijn er twee Higgs-deeltjes in plaats van één. Veel meer wijzigingen zijn dan niet nodig. Het finetuningprobleem blijft dan raadselachtig maar logisch gezien is het nergens mee in strijd. De verklaring ervan wordt uitgesteld totdat men zeer veel grotere energieën, wellicht 10^{16} GeV, heeft bereikt.
2. Een nieuwe symmetrie wordt toegevoegd aan het model: *supersymmetrie*. Dit is een relatie tussen *bosonen* (deeltjes met heeltallige spin), en *fermionen* (deeltjes met halftallige spin). Supersymmetrie vereist dat

alle deeltjes worden gegroepeerd in multipletten die ieder evenveel bosonen als fermionen bevatten. Ieder deeltje heeft dus zijn 'superpartner'. De superpartnersvan de scalaire deeltjes zijn fermionen met spin $\frac{1}{2}$. Omdat ze veel minder vrije parameters hebben, zou supersymmetrie de meeste vrijheden die we nog hadden voor de scalaire deeltjes alsnog vastleggen. En in principe is het mogelijk dat hiermee het finetuning-probleem wordt opgelost want de supersymmetrische parameters hebben geen finetuning nodig. Een groot probleem is echter dat van nog geen enkel deeltje de superpartner is geïdentificeerd. Alle superpartners zouden deeltjes moeten zijn van zo'n 1000 GeV/c^2 of zwaarder. Er is klaarblijkelijk een groot verschil tussen een deeltje en zijn superpartner: supersymmetrie is 'gebroken'.
Omtrent het mechanisme van deze supersymmetriebreking tasten we nog in het duister. Een tweede probleem is dat supersymmetrie een aanzienlijke uitbreiding van het standaardmodel zou vereisen. Weliswaar legt het allerlei verbanden tussen tot nu toe vrije natuurconstanten, maar daar tegenover staan zo veel nieuwe (die we ook weer niet kennen), dat deze theorieën ons tot nu toe niet veel nieuw inzicht hebben verschaft. Niettemin wordt deze optie door veel onderzoekers als de meest waarschijnlijke gezien.

3. Het kan zijn dat deeltjes die nu als elementair worden opgevat dit bij nadere analyse niet blijken te zijn. Misschien zijn vele (of alle) van onze quarks, leptonen en ijkdeeltjes wel samengesteld uit diverse 'nog meer elementaire' bouwstenen. Gezien de geschiedenis van de deeltjesfysica lijkt dit een voor de hand liggende gedachte. Er kleeft echter een zeer fundamentele moeilijkheid aan: de deeltjes in het standaardmodel gedragen zich zeer hardnekkig als *puntdeeltjes*. Die bouwstenen moeten daarom zéér dicht bij elkaar gepakt zitten. Volgens de onzekerheidsrelatie moeten de massa's en/of de bindingsenergieën van onze bouwstenen daarom zeer groot zijn. Het is dan zeer raadselachtig waarom niettemin de massa's van de hoofdrolspelers in het standaardmodel alle zo klein zijn. Het is moeilijk modellen te bedenken waarin deze kleine massa's verklaarbaar zijn, maar helemaal onmogelijk lijkt dit niet.
Men denkt daarbij aan een nieuw soort quarks, 'preons' genaamd, die met een nieuw soort superlijmkracht bijeen worden gehouden. De bijbehorende theorie zou dan veel lijken op de kleur-ijktheorie, de quantum-chromodynamica; deze duidt men aan als 'technicolour'. De eerste die voor een technicolourbehandeling in aanmerking komt is het Higgs-deeltje, dat immers aanleiding gaf tot het finetuning-probleem. Maar we belanden in dezelfde moeilijkheden als bij optie 2: een groot aantal nieuwe velden, ijkgroepen, en vrije parameters zijn nodig om iets te produceren dat ook maar enigszins lijkt op de wereld van deeltjes die we nu zien. Dit wil niet zeggen dat deze weg doodloopt, maar dat we meer licht nodig hebben vanuit experimenteel verkregen gegevens.

10.5. Standaardmodel

Laten we teruggaan naar optie 1. Omstreeks 1974 kwam er een aardige verrassing. Het was inmiddels bekend dat de sterkte van een ijkkracht g enigszins afhangt van het energiegebied en de afstandsschaal waarop interacties plaatsvinden. Op zeer kleine afstand kan de kracht sterker of zwakker worden. Dit komt door het effect van 'vacuümpolarisatie': een veld dat een deeltje omringt creëert een wolk van deeltjes die weliswaar niet echt vrijkomen maar wel de effecten van het veld enigszins afschermen of juist versterken. We kunnen dit effect nauwkeurig berekenen. De uitkomst staat geschetst in de figuur.



Figuur 10.4.

Uitgaande van de bekende waarden in het gebied rond 1 GeV vinden we dat de krommen in één punt samenkomen bij 10^{16} GeV. Dit zou kunnen betekenen dat één geünificeerde theorie verschijnselen bij de daarmee corresponderende afstandsschaal (10^{-32}m) kan omvatten.

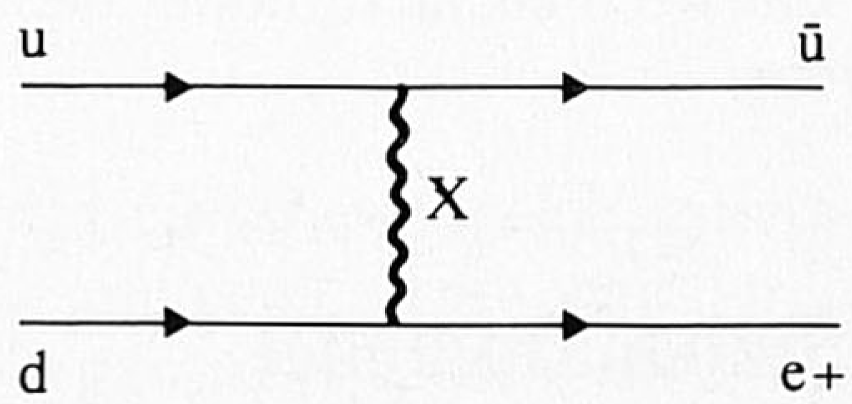
H. Georgi en S. Glashow hadden op dit punt een veelbelovend idee. Zij namen als ijkgroep SU(5) en ontdekten dat alle leden van één generatie schitterend passen in één multiplet van 5 en één van 10 componenten. Eén of ander symmetriebrekend verschijnsel doet dan SU(5) bij energieën lager dan 10^{16} GeV uiteenvallen in SU(3), SU(2) en U(1).

Voor de eerste generatie zijn de multipletten:

$$\begin{bmatrix} d_r \\ d_g \\ d_b \\ e^+ \\ \bar{\nu}_e \end{bmatrix}_R , \quad \begin{bmatrix} & \bar{u}_b & \bar{u}_g & u_r & d_r \\ & & \bar{u}_r & u_g & d_g \\ & & & u_b & d_b \\ & & & & e^+ \\ & & & & \end{bmatrix}_L ,$$

en corresponderende multipletten voor de corresponderende (andersomdraaiende) antideeltjes. Alleen op deze manier gerangschikt, zouden de multipletten uiteenvallen in die van het standaardmodel wanneer de symmetrie wordt gebroken. De andere twee generaties worden op gelijksoortige wijze in multipletten gerangschikt.

Het opvallende van deze constructie is dat zij er op het eerste gezicht nogal wanordelijk uitziet: quarks, antiquarks en antileptonen komen in één multiplet voor. In deze theorie zouden ijkfotonen optreden die gelijktijdige overgangen in diverse multipletten kunnen bewerkstelligen. Bijvoorbeeld:



In dit diagram is X een exotisch ijkboson van omstreeks 10^{16} GeV. Deze interactie zou kunnen leiden tot de overgang

$$uud \rightarrow u\bar{u}\, e^+,$$

ofwel: een *proton*, bestaand uit twee upquarks en een downquark zou kunnen uiteenvallen in een π° (dat bestaat uit de mengtoestand $u\bar{u} \leftrightarrow d\bar{d}$), en een positron, e^+. Het proton, tot nu toe beschouwd als een van de meest stabiele vormen van materie, zou dan radioactief moeten zijn! Berekeningen tonen echter aan dat ieder proton in een jaar slechts een kans zou hebben van 1 op 10^{29} op deze manier te desintegreren. De kans is zo klein omdat de massa van het X zo groot is.

Water, H_2O, bestaat voor een groot deel uit protonen. In een badkuip zitten al meer dan 10^{29} protonen. De theorie is dus te toetsen. Dank zij zeer verfijnde technieken waarbij men grote 'zwembaden' met water volstopte met gevoelige deeltjesdetectoren (en dat alles enige kilometers onder de grond teneinde zoveel mogelijk storende effecten van kosmische straling te ontlopen), hebben diverse groepen onderzoekers getracht protonverval waar te nemen. Dat dit nog steeds niet is gelukt, betekent dat de meest voor de hand liggende versie van het Georgi-Glashow-model door de experimenten is weerlegd: het proton moet stabieler zijn dan circa 10^{-32} desintegratie per jaar.

Een aardig voorbeeld van wetenschappelijke 'samenwerking': de detectoren bedoeld om protonverval te meten, hebben geen duidelijke desintegratie waargenomen maar wel de neutrino's die zijn uitgezonden door een exploderende ster in één der Magelhaense Wolken!

10.6. Supersymmetrie

Nu de eenvoudigste versie van de 'Grand Unified Theories' (die trouwens ook kampte met een finetuning-probleem) is geëlimineerd, werkt men aan andere varianten. Meestal denkt men dan aan supersymmetrie. We moeten ons realiseren dat de energie waar zulke unificatie zou optreden (10^{16} GeV) niet ver weg is van het energiegebied waar *zwaartekrachtseffecten* een rol gaan spelen (10^{19} GeV).

Als we de wet van de zwaartekracht,

$$F = G\, m_1\, m_2 \,/\, r^2,$$

vergelijken met de wet van Coulomb die de elektrische kracht beschrijft:

$$F = e_1\, e_2 \,/\, r^2,$$

dan zien we dat e_1 en e_2 niet of nauwelijks van de energie afhangen (als men namelijk de constante van Planck $\hbar$, en de lichtsnelheid c beide gelijk stellen aan één, dan blijkt elektrische lading dimensieloos te zijn. Er is geen eenheid voor nodig, zoals voor lengten en temperaturen). Een massa daarentegen hangt direct met energie samen via

$$E = mc^2,$$

en daarom wordt met toenemende energie de gravitatiekracht relatief steeds belangrijker. Bij meer dan 10^{19} GeV is de gravitatiekracht sterker dan de sterke (kern-)kracht.

Einsteins theorie voor de zwaartekracht is zeer speciaal. Waar zwaartekracht heerst, wordt de ruimte *gekromd* zoals een blad papier krom kan trekken als het vochtig wordt. Relaties tussen rechte lijnen en hoeken worden anders dan in een vlakke ruimte. Het is de beste theorie voor de zwaartekracht die we hebben (alternatieve ideeën maken de zaak altijd alleen maar ingewikkelder). Logisch gezien moet deze theorie echter wel zijn te rijmen met de deeltjestheorieën, en hier treedt een moeilijkheid op.

De complicaties zijn ingrijpend wanneer men gravitatie tracht te combineren met supersymmetrie. Tot voor enige jaren meenden vele onderzoekers dat de zogenaamde *supergravitatie*, ontwikkeld door onder andere B. Zumino, J. Wess en de Nederlander P. van Nieuwenhuizen een belofte voor een oplossing van de moeilijkheden inhield. In deze theorie heeft ook het graviton (een deeltje met spin 2) een superpartner, het *gravitino*, een deeltje met spin $1\frac{1}{2}$. In de eenvoudigste versie van de theorie houdt het hiermee op. Er bestaat ook een versie, waar het graviton met twee gravitino's en een deeltje met spin 1 één supermultiplet vormt, en bij andere supergravitaties zijn de multipletten nog groter.

De formulering van de theorie bleek beter te verlopen wanneer men aan ruimte en tijd meer dimensies toevoegt. Men doet dit niet op een wijze zoals in veel sciencefiction literatuur is te vinden. Reizen in die andere dimensies zal nooit mogelijk zijn omdat ze tot uiterst nauwe pijpjes zijn opgerold, zodat er in de 'gewone' fysica niets meer van te merken is. Wel zijn trillingen in die nieuwe dimensies op te vatten als de velden van nieuwe, onbekende elementaire deeltjes. Het aantal van elf dimensies geniet in deze theorieën de voorkeur. De invoering van nieuwe 'opgerolde' dimensies was al in de jaren twintig voorgesteld door Th. Kaluza en O. Klein. Men hoopte er het toch nog vrij uitgebreide scala van elementaire deeltjes in het huidige standaardmodel mee te kunnen verklaren.

Sinds 1984 heeft men de hoop gevestigd op een andere klasse van theorieën: de *superstrings*. Een string is een structuur die zich in ruimte en tijd voortbeweegt als een lijntje, in plaats van een bewegend punt zoals de tot dusver gebruikelijke deeltjes. Als men de wiskunde van bewegende lijntjes combineert met die van de quantummechanica wordt ze zeer ingewikkeld. Er treden velerlei anomalieën op vergelijkbaar met de eerder genoemde driehoeks-anomalie. We vinden dat een string, net als een atoom, in vele energie-eigentoestanden kan verkeren, die men kan karakteriseren als stukjes van een vrij trillende snaar (hetzij rondlopend of met twee uiteinden). Sommige van deze toestanden zouden zich echter gaan gedragen als 'tachyons', deeltjes die sneller zouden gaan dan het licht. In geen enkele moderne deeltjestheorie is dat toegestaan.

Het elimineren van de tachyons en de anomalieën uit de stringtheorie leek een onmogelijke opgave, maar dit lukte J. Schwarz en M. Green in 1984. Voorwaarde bleek dat de string een uitgebreide inwendige symmetrie bezat, inclusief een inwendige supersymmetrie (vandaar de naam 'superstring'), en voorts dat het aantal dimensies van ruimte en tijd hetzij 10, hetzij 26 is. Er wordt daarom weer gehoopt dat een Kaluza-Klein-procedure deze theorie in het reine kan brengen met de waarnemingen.

De reden waarom men hoge verwachtingen heeft van dit superstring-idee is dat berekeningen nergens meer de oneindigheden laten zien waar de vroegere veldentheorieën mee te kampen hadden, terwijl óók de zwaartekracht kan worden toegeschreven aan uitwisseling van strings. Het graviton is de laagste energietoestand waarin een gesloten lus kan verkeren. Zwaartekrachtstheorieën zonder oneindigheden waren nog niet eerder gevonden.
De stringtheorie is uiterst gecompliceerd, en speelruimte met natuurconstanten is er weinig of niet. Dat was uiteraard ook de bedoeling, maar houdt wel in dat het bijzonder moeilijk is geworden de superstring in verband te brengen met bekende deeltjes en krachten. Er zitten nog zeer diepe hiaten in deze 'theorie'.

Hiermee hebben we een eenvoudig aspect van de supersymmetrische theorie toegelicht!

Supersymmetrie

Laten we nu reeksen beschouwen van het aantal toestanden met gegeven m_s tussen -2 en 2, oplopend met $\frac{1}{2}$. Het graviton heeft dan de tabel

$$(1,0,0,0,0,0,0,0,1).$$

Hiermee hebben we dan aangegeven dat er 1 soort deeltje is met $m_s = -2$; geen deeltje met $m_s = -\frac{3}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0, +\frac{1}{2}, +1$ of $+\frac{3}{2}$ en 1 soort deeltje met $m_s = +2$.

Het foton draagt tot de tabel van mogelijkheden de volgende getallen bij:

$$(0,0,1,0,0,0,1,0,0),$$

het neutrino

$$(0,0,0,1,0,0,0,0,0),$$

enzovoort. Een massief deeltje met bijvoorbeeld spin $1\frac{1}{2}$ heeft een tabel van de vorm

$$(0,1,0,1,0,1,0,1,0).$$

Als we verschillende massaloze deeltjes hebben, dan kunnen deze door interacties samen een massief deeltje vormen, mits hun spintabellen samen de tabel voor het betreffende massieve deeltje vormen.

In een theorie met supersymmetrie postuleren we dat alle deeltjes in *supermultipletten* voorkomen: ieder deeltje heeft een superpartner die slechts $\frac{1}{2}$ in spin verschilt. Het eenvoudigste multiplet heeft als tabel

$$(0,0,0,0,1,1,0,0,0).$$

In $N=2$ supersymmetrie is de eenvoudigste tabel

$$(0,0,0,1,2,1,0,0,0).$$

Bij $N=4$ moeten er altijd ijkdeeltjes voorkomen. De eenvoudigste tabel is dan:

$$(0,0,1,4,6,4,1,0,0).$$

Supergravitatie

Bij $N=2$ supergravitatie hebben we een graviton, twee gravitino's en een foton:

$$(1,2,1,0,0,0,1,2,1).$$

Alleen in supergravitatie kan men gaan tot $N=8$. Men vindt dan als deeltjesspectrum:

$$(1,8,28,56,70,56,28,8,1).$$