

Wiskunde en poëzie

Op het snijvlak tussen wiskunde en kunst worden vaak meetkundige patronen gezien: islamitische vlakvullingen, fractalen, onmogelijke figuren. Kortom: vooral raakvlakken met de beeldende kunst. Maar op het snijvlak tref je ook poëzie en muziek aan, zoals Michiel Doorman laat zien.

Inleiding

Veel onderwerpen binnen de wiskunde spreken een breder publiek aan dan alleen bèta's. Bekende voorbeelden zijn het begrip oneindig, de vierde dimensie en de gulden snede. Bovendien komen wiskundige thema's en methoden veelvuldig terug in andere disciplines, zoals kansrekening in rechtspraak, logica in taalwetenschappen, en statistiek in sociale wetenschappen. Wiskunde is een vakgebied met brede toepasbaarheid en wekt al eeuwenlang verwondering bij beoefenaren en andere geïnteresseerden. Dat is het romantische beeld van wiskunde.

Erasmus karakteriseert de wiskundige in *Lof der Zotheid* (1514) op minder romantische wijze:

'Zij zien laag neer op het oningewijde gemeen, als zij drie- en vierhoeken, cirkels en andere dergelijke meetkundige figuren, de een over de andere teekenen en als in een doolhof dooreen laten lopen, vervolgens letters als in slagorde scharen, die ze telkens en telkens weer nu eens op deze, dan weer op gene wijze rangschikken, om zoo onervarenen zand in de oogen te strooien.'

Wiskunde voor dichters, denkers en doeners

Op de Universiteit Utrecht bestaat het vak Wiskunde voor dichters, denkers en doeners dat juist ook die romantiek van de wiskunde aandacht wil geven in samenhang met de historische en culturele plaats van wiskunde in wetenschap en maatschappij. Dit vak is ooit bedacht door Jan van Maanen en bedoeld voor bachelorstudenten, veelal eerstejaars, die niet een bètarichting volgen. Jaarlijks komen hier zo'n vijftig studenten op af, vooral van de brede opleiding Liberal Arts & Sciences, die net wiskunde A hebben afgerond. Het vak bestaat uit een serie colleges, opdrachten en een eigen onderzoek (in groepjes). Eén van de opdrachten is om het artikel van Jeanine Daems over wiskunde en poëzie uit *Pythagoras* te lezen.^[1]

Jeanine geeft enkele voorbeelden hoe wiskunde een dichter kan inspireren. Het idee is dat de studenten daarmee ervaren dat wiskunde ook hun eigen creativiteit kan aanwakkeren, en dat ze achteraf kunnen reflecteren op de relatie tussen wiskunde en kunst. Jeanine noemt:

- 1 Wiskunde als onderwerp: gedichten over wiskunde; gebeurtenissen uit de geschiedenis van de wiskunde, grote ontdekkingen en stellingen worden in dichtvorm beschreven (Drs P, Marjolein Kool, Jan Beuving).
- 2 Wiskunde als beeldspraak/metafoor: beelden en associaties vanuit de wiskunde bij een heel ander thema, bijvoorbeeld de liefde (K. Schippers).
- 3 Wiskunde voor de vorm: met aantallen letters (om pi te onthouden), aantal lettergrepen (Fibonacci).
- 4 Wiskunde voor de constructie: vanuit een algoritme om een bepaald effect, ritme, balans, symmetrie te creëren (o.a. Gerrit Krol).

Na het lezen van dit artikel moeten de studenten zelf een wiskundig gedicht maken. In het vervolg staan enkele voorbeelden van het werk van deze studenten, en wellicht inspireert dat om eens te dichten met je eigen leerlingen. Daarmee worden wiskunde en kunst met elkaar in verband gebracht en geeft het aanleiding om te reflecteren op die verbinding.

Werk van studenten

Veel studenten laten zich inspireren door meetkunde. Het kan zijn dat het visuele element eerder uitnodigt tot een poëtische beschrijving. Het betreft hier dan ook vooral gedichten in de eerste categorie, waarbij de wiskunde zelf het onderwerp is. Hoewel, er zou ook sprake kunnen zijn van een metafoor...

Het Zerkje

Door: Joren la Roi

Naast de kerk daar stond een zerkje
In het groene gras
Dit zerkje haalde al zijn levensgeluk
uit het feit dat hij een rechthoek was

voor het zerkje stond een bloempje
zonder water weg te kwijnen
en net toen hij de geest wou laten
wees hij het zerkje op zijn lijnen
twee gelijke lijnen, lopen parallel naar benee
boven en onder om ze te verbinden
zag het bloempje daar nog twee

Het riep: jij bent een vierkant!
Jij kan geen rechthoek zijn
Jij hebt 4 gelijke lijnen
Wat deed dit het zerkje pijn

Het zerkje wist wel beter
Want hij stond stevig in de aarde
En daar buiten het zicht van het bloempje
Was waar hij zijn onderkant bewaarde

Hij riep nog naar het bloempje
In de lengte ben ik groot
Maar het bloempje hoorde het niet meer
Het bloempje dat was dood

De Twee Zijden van een Vriendschap

Door: Isa Pihlajamaa

Op een dag liepen Balk en Kubus op het strand
Ik hoor toch bij jou, en jij toch bij mij?
Vroeg Balk naderhand
Wel helemaal niet, zei Kubus, hoe kom je daarbij?

Balk stamelde, en keek schuw naar de stenen
'We hebben beide zes zijden, en ook twaalf benen.'

Dat maakt ons niet bijzonder, riep Kubus luid.
Hoe vaak moet ik het zeggen, ik reik boven je uit.

'Maar onze zijvlakken zijn congruent, twee aan twee!
Dat feitje helpt toch wel mee?'
'Balkje, je alledaagsheid geeft helemaal niet
Ik ben een Kubus, dat maakt uniek.
Die rol is niet voor iedereen weggelegd
Jij komt vast wel op je twaalf benen terecht.
Niet het gelijk aantal zijden en gelijk aantal benen,
Maar de gelijke afmetingen, dat zal je verstenen.

Mijn zes zijden zijn elkaars gelijken
lets waar bollen en cilinders compleet voor bezwijken,
Balkje, van jou kunnen we dat helaas niet zeggen
Er is niks wat dat feit zou kunnen weerleggen.

Al mijn zijvlakken zijn congruent
Dat maakt mij buitengewoon competent
Bovendien zijn al mijn ribben gelijk
Ontzettend handig in de praktijk.

Lachend liep Balk naast Kubus door het riet,
Ach Kubus, zonder mij bestond je niet.

Tijdens het vak behandelen we het algoritme om bij
een repeterend kommagetal de bijbehorende breuk te
vinden. Dat inspireerde Mette tot het volgende gedicht
'Algoritmisch'.

Algoritmisch

Door: Mette van Liempd

ik vroeg een kommagetal ten dans
op het eerste gezicht geordend naar kans
eindeloos...
enigszins intimiderend
toch intrigerend
geduldig gestap
van de trap
der decimale plaatsen
vormde de generale repetitie
waarna we, herhaling in hand
in hand
eindelijk in ons algoritme kwamen
we draaiden rond en rond en rond
tien, honderd, duizendmaal
en plaatsten klokslag middernacht
een punt

achter het prachtige patroon

tot slot, de allerlaatste wending
waar mijn getal haar transformatie onderging
een achterwaartse stap
op de staart streepte deze weg
en deling door de duizelende dans
plaatste het geheel op haar plek
de oneindige dans eindelijk stilgevallen
in een breuk van gehele getallen

Check zelf nog eens hoe en waarom het voorbeeld in figuur 1 ook voor andere breuken werkt. Voor deze studenten is het wonderlijk dat je zo kunt aantonen dat bij iedere breuk een repeterend kommagetal hoort en dat het omgekeerde dus ook geldt.

$$\begin{array}{r} 11/ 4,0 /0,36363636\dots \\ \underline{33} \\ 70 \\ \underline{66} \\ 4 \end{array}$$
$$\begin{array}{l} 100 \times 0,36363636\dots = 36,36363636\dots \\ 1 \times 0,36363636\dots = 0,36363636\dots - \\ \hline 99 \times 0,36363636\dots = 36 \end{array}$$

En dus: $0,36363636\dots = 36/99 = 4/11$

figuur 1

Bovenstaande poëzie en het artikel van Jeanine zijn vervolgens aanleiding om de relatie tussen wiskunde en kunst te bespreken. Deze studenten ervaren wiskunde vaak als het leren volgen van gegeven procedures. Heeft dat iets te maken met creativiteit? Is er een relatie tussen wiskunde en kunst die je aan de hand van zo'n activiteit kunt bespreken?

Wiskunde en kunst

De relatie tussen wiskunde en kunst krijgt al jaren aandacht bij Ars et Mathesis, waar nu een fraai online museum te bezoeken is.^[2] Een eerste poging om die relatie concreter te maken kan door wiskunde als volgt te definiëren:

Wiskunde is de vaardigheid van het beschrijven en onderzoeken van structuren en patronen in ruimte en hoeveelheid. Wiskundigen vergroten in hun werk kwantitatieve en meetkundige structuren uit om situaties en processen te kunnen beschrijven, construeren en voorspellen. Tijdens dat uitvergroten ontwikkelen wiskundigen hun eigen

(beeld)taal. Een taal die redeneren met zekerheid mogelijk maakt, maar waarin ook aspecten als eenvoud, elegantie en symmetrie een rol spelen.

Dit lijkt op de werkwijze van dichters en kunstenaars. Poëzie en beeldende kunst zijn ook een vervorming van de realiteit. Kunstenaars vergroten in hun werk dingen en fenomenen uit die hen opvallen in het werkelijke leven. Het ontwikkelen van een eigen beeldtaal zie je dan ook bij hen. Klassiek is het voorbeeld van Mondriaan (1872-1944), die eerst bomen heel figuratief tekende, maar zich steeds meer liet leiden door patronen in takken en vlakken. Rudi Fuchs beschreef dit heel mooi in één van zijn columns in de *Groene Amsterdammer* (2012, nr. 4):

'Dus terwijl hij tekende, heeft hij de boomkruin ontbladerd en zo als melodische vertakking van kronkelige lijnen gezien – omdat het hem ging om de ritmiek en het rijm ervan. Ook in andere werken uit die jaren werd een intuïtie van abstractheid geleidelijk merkbaar – en toen begon hij zo ook te kijken. (...) Daarbij, in zijn zorgvuldige kijken, zien we dat de ruimtes tussen de takken visueel steeds zelfstandiger worden. De takken van bomen werken als contourlijnen van open vlakken die weer een eigen dynamisch patroon vormen. Zo is het met de abstractie begonnen. Nu, honderd jaar later, is dat zo kijken een eigen, vruchtbaar idioom geworden.'



figuur 2 Henri Matisse, *Nature Morte Au Magnolia*, 1950

Zo is het ontwikkelen van een eigen beeldtaal een vorm van abstractie die herkenbaar is in het werk van kunstenaars. Matisse is daar een mooi voorbeeld van, zie figuur 2. Een retrospectief in het Stedelijk museum liet zijn ontwikkeling zien van ruimtelijke afbeeldingen naar een vlakke decoratieve stijl.^[3] Eén van de doelen is om

hierbij creativiteit niet te laten belemmeren door wat we herkennen en dat te kopiëren.

Ook bij het componeren van muziek zie je rond het begin van de vorige eeuw pogingen om te ontkomen aan een herkenning die verleidt tot oppervlakkige herhaling. Schönberg, Webern e.a. ontwikkelen in die periode een systeem voor seriële muziek die alle noten gelijk behandelt. Het voorbeeld in figuur 3 laat zien hoe een reeks noten (een zogenaamde *basic set*) gebruikt wordt in een compositie volgens tamelijk wiskundige regels.



figuur 3 Manuscript van *Komposition mit zwölf Tönen* (1949)

In de poëzie zie je in die tijd de Franse stroming met als doel literaire werken te maken die aan bepaalde voorwaarden of beperkingen onderhevig zijn: *littérature sous contrainte*. Deze beperkingen zijn niet alleen bedoeld als woord- en taalspelletjes, maar juist ook om de inspiratie en het vakmanschap van de auteurs aan te scherpen. In al die verschillende disciplines zie je dat een systematische werkwijze leidt tot tamelijk abstracte kunst. Een kunst die minder makkelijk te waarderen is als je de beeldtaal niet herkent. Net als bij wiskunde, zit het kunstenaarschap grotendeels in de zoektocht. Toeschouwers zien of horen alleen het eindproduct. Een goed begrip van het proces leidt tot een betere waardering van de kunst. Dat is ook een relatie met wiskunde! We proberen in het onderwijs te vermijden dat leerlingen wiskunde ervaren als een geïsoleerd en vervolmaakt systeem, en betrekken hen daarom bij de ontwikkeling van wiskundige taal, algoritmen en concepten. Bijvoorbeeld door eerst de haphmethode te behandelen en dan pas de staartdeling, eerst woordformules en dan $y = 2x + 3$, en eerst toenamedigrammen en dan pas grafieken van afgeleide functies. De geschiedenis van de wiskunde kan hier ook een bruikbare rol spelen om leerlingen mee te nemen naar de uiteindelijke notaties en werkwijzen en die daardoor beter te begrijpen en te waarderen.

Kortom, wiskunde en kunst kennen overeenkomsten in:

- vorm (esthetische waarde), zoals eenvoud, elegantie en symmetrie;
- betekenis (interpretatie), zoals het werken met analogieën, metaforen, generalisaties, verbindingen leggen en het leveren van inzicht;
- de zoektocht (proces vs eindproduct), als je niets van de zoektocht weet, dan is het moeilijk om het eindproduct te waarderen.

Slot

Wiskunde en kunst hebben iets met elkaar en die relatie gaat veel verder dan de voorbeelden die hier aan de orde kwamen. Hopelijk hebben deze voorbeelden (en zo'n creatieve activiteit als het zelf maken van gedichten) geïnspireerd om die relatie eens in de klas aan de orde te stellen.^[4] Mijn studenten vonden het erg leuk om op die manier over wiskunde te praten. En misschien kunnen we daarmee voorkomen dat we gezien worden als de dichters die Erasmus als volgt karakteriseert: 'wier eenig genot bestaat in het streelen van de ooren der dwazen en dan nog wel met loutere nietigheden en belachelijke verhaaltjes.'

Noten

- [1] <http://www.jeaninedaems.nl/wp-content/uploads/2014/08/gedichtenuithetongerijmde.pdf>
- [2] https://www.shapespark.com/ars_et_mathesis_virtueel_deel1/
- [3] <https://a-place-called-space.blogspot.com/2015/07/the-oasis-of-matisse.html>
- [4] Ben je geïnspireerd geraakt door die relatie tussen wiskunde en kunst? Zie dan ook de jaarlijkse Bridges conferentie die in 2025 in Eindhoven georganiseerd wordt: <https://www.bridgesmathart.org/future-bridges-conferences/>

Over de auteur

Michiel Doorman is medewerker van het Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht.
E-mailadres: m.doorman@uu.nl