

# HET PARADIGMA VAN DE INTERNE- GETIJOPWEKKING

Door temperatuur- en zoutgehalteverschillen is de oceaan gelaagd in dichtheid: hoe kouder of zouter, hoe groter de dichtheid van het water. In stabiele rusttoestand neemt de dichtheid van het water in de oceaan geleidelijk met de diepte toe. Indien die rusttoestand door wind of getijden wordt verstoord, treedt een teruggedrijvend mechanisme op: vloeistofelementen worden door zwaartekracht en drukkrachten gedwongen naar hun evenwichtsniveau terug te keren. Door traagheid zullen deze echter doorschieten en opnieuw uit evenwicht gebracht worden. Dit leidt onder water tot golfvorming. We zullen laten zien dat in het algemeen oneffenheden in de bodem tot dergelijke interne golven leiden, maar dat bepaalde oneffenheden deze golven juist niet opwekken.

## Interne golven

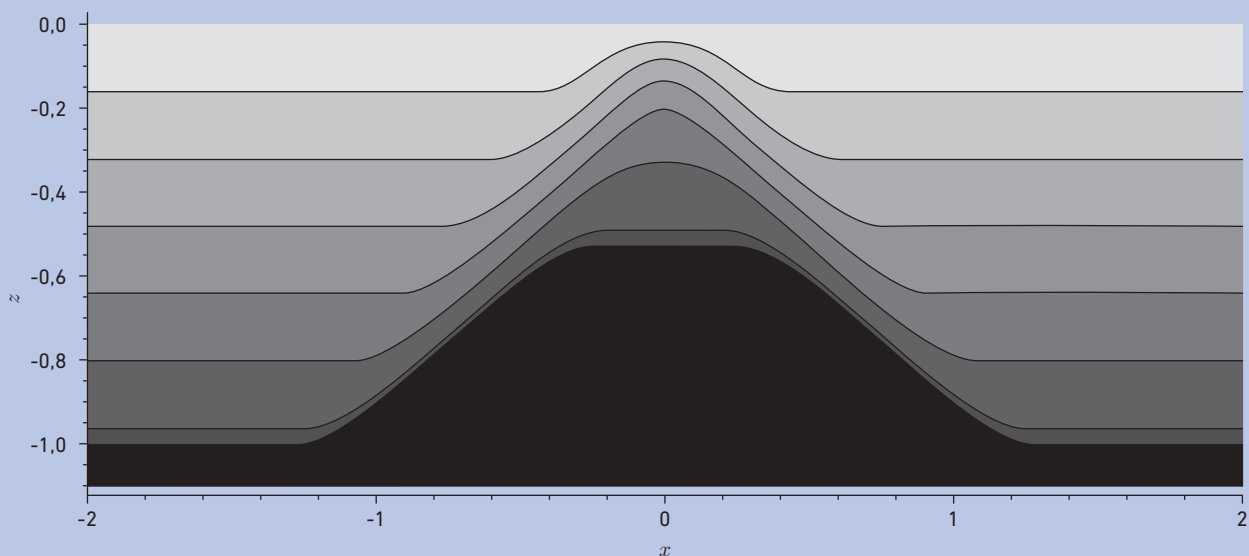
Veronderstel dat de vloeistof in eerste benadering is opgebouwd uit twee watermassa's van verschillende dichtheid. In de oceaan wordt in de buurt van het oppervlak door instraling en windmenging vaak een laag relatief 'licht' water gevormd. Dan kan de thermocline, het grensvlak tussen de diepe onderlaag en de lichtere bovenlaag, door verstoring uit evenwicht gebracht worden en horizontaal lopende interne golven dragen, vergelijkbaar met golven op het zeeoppervlak. Wanneer er meerdere thermoclines zijn kan ieder grensvlak dit soort onderwatergolven dragen. In een vloeistof die continu gelaagd is, zullen deze op iedere diepte kunnen

lopen. Het blijkt dat deze golven als bundels schuin omhoog of omlaag lopen, onder een vaste hoek met de verticaal  $\theta = \arccos(\omega/N)$  die wordt bepaald door de verhouding van de golffrequentie  $\omega$  en de stratificatiefrequentie  $N$ . De laatste is gerelateerd aan dichtheidsgradiënt en zwaartekrachtversnelling (zie kader *Dichtheids-gelaagdheid*). Als de verstoringen door getijden veroorzaakt worden spreken we van interne getijden. Maar hoe komt zo'n verstoring tot stand?

## Paradigma van interne getijden

Oppervlaktegetijden, met op de open oceaan verticale verplaatsingen van slechts zo'n 0,5 m, hebben geassoci-

eerde horizontale stromingen die nagenoeg niet veranderen met de diepte. Dat betekent dat getijstromen boven een vlakke bodem praktisch parallel zijn aan de vlakken van gelijke dichtheid, zodat deze niet uit evenwicht gebracht worden. Als getijgolven echter een onderwaterberg of continentale helling passeren zal het water lokaal gedwongen worden verticaal te bewegen en daarmee de horizontale dichtheidsvlakken uit evenwicht brengen. Dit veroorzaakt interne getijden. Het paradigma van de interne-getijopwekking luidt dan ook: "In een dichtheidsgelaagde oceaan wekt de beweging van oppervlaktegetijden over hellende bodems interne getijden op [1]."



Figuur 1. Zijaanzicht van een stroomfunctie  $\psi(x,z)$  (grijs tinten) van een oppervlaktegetij boven een conversieloze heuvel (zwart) waar geen interne getijden worden opgewekt. De zwaartekracht is naar beneden gericht (zie kader *Ruimtelijke golfvergelijking*).

Interne getijden spelen een rol in het klimaatsysteem. Ze transporteren warmte, impuls en energie, alsmede voor de ecologie relevante nutriënten, gassen en opgelost materiaal naar de diepzee. Bovendien kunnen door interne golven snelle uitwijkingen van dichtheidsvlakken worden veroorzaakt die onderzeeërs in gevaar kunnen brengen. Onderzeeërs ‘drijven’ doorgaans op zo’n dichtheidsvlak. Zij kunnen bij genoemde uitwijkingen weliswaar hun drijfvermogen aanpassen, maar soms niet snel genoeg om te voorkomen dat ze dieptes bereiken met drukken waar ze niet tegen bestand zijn [2].

### Het paradigma verloren?

Maar waarom kunnen omhoog- of omlaagedrukte dichtheidsvlakken gedurende de tegengestelde getijfase niet simpelweg teruggedreven worden naar hun evenwichtsniveau zonder uitzending van interne getijden? Goede vraag! Inderdaad kan men aantonen dat er, tenminste in een tweedimensionale beschrijving, oneindig veel uitzonderingen bestaan op het paradigma. Dat wil zeggen, dat er oneindig veel bodemvormen bestaan waar, voor gegeven getij- en stratificatiefrequentie, geen interne getijden opgewekt worden (zie figuur 1)!

### Bodemvormen

Om deze ‘conversieloze’ bodemvormen te vinden moeten we de beschrijving van opwekking van interne getijden omkeren [3]. In de directe beschrijving worden, gegeven een niet vlakke bodemvorm, de opgewekte interne getijden berekend voor een horizontaal stromend oppervlaktegetij in een uniform gelaagde zee [1]. In de inverse beschrijving wordt het interne-getijopwekkingsprobleem door een arbitraire coördinaattransformatie afgebeeld op een beschrijving in een zee met vlakke bodem. Daarvan weten we dat deze niet tot interne-getijopwekking leidt, conversieloos is. De conditie dat in het getransformeerde stelsel de bodem vlak is maakt het mogelijk om in het originele stelsel die bodemvormen te bepalen, die kennelijk geen interne getijden opwekken (zie kader *Ruimtelijke golfvergelijking*).

### Experimentele toetsing

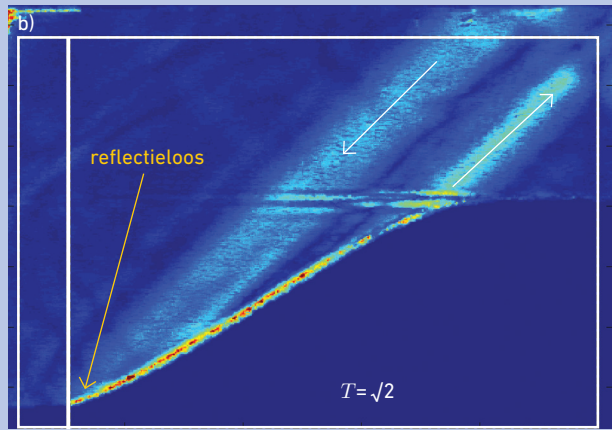
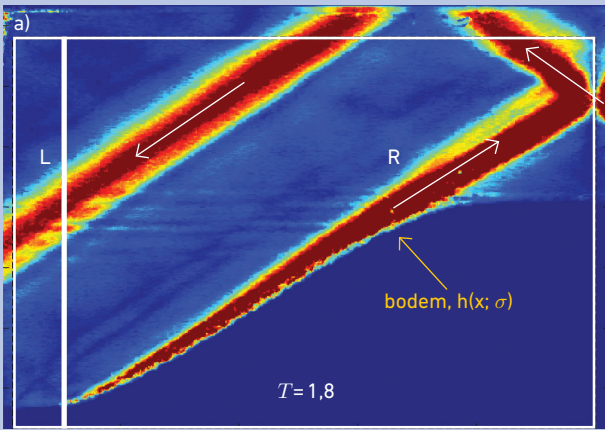
Om deze theoretische voorspelling (zoals in figuur 1) experimenteel te toetsen is een conversieloze tweedimensionale topografie gemaakt. Voor een gegeven uniforme stratificatie hoort deze bodem conversieloos te zijn voor één specifieke getijfrequentie  $\sigma$ . Deze bodem bestaat uit

een compacte heuvel met vlakke top (figuur 2) en is in het vloeistofmechanisch laboratorium van CNRM in Toulouse (Frankrijk) in een 22 meter lange, 3 meter brede, 1 meter hoge tank geplaatst [4].

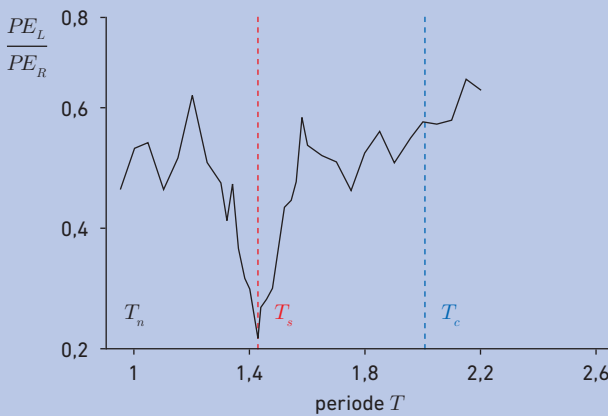
De tank werd met zout water gevuld waarbij het zoutgehalte gelijkmatig afnam met toenemende hoogte boven de bodem, zodanig dat de stratificatiefrequentie ( $N$ , zie kader *Dichtheidsgelaagdheid*) constant werd. De heen-en-weergaande getijbeweging werd nagebootst door de heuvel over een afstand van 1 cm te laten oscilleren met een frequentie  $\omega < N$ , niet noodzakelijk gelijk aan getijfrequentie  $\sigma$  waar de bodemvorm op gebaseerd was. De verstoringen (interne golven) werden over een lengte van 1,18 m optisch, met behulp van een synthetische Schlierenmethode bepaald [5,6]. Hiervoor werd een 2048 x 1536 pixel-camera gebruikt die schijnbare verplaatsingen van een op de glaswand van de tank geplakt willekeurig stippenpatroon waarneemt. Deze schijnbare verplaatsingen van een op zich onbeweeglijk stippenpatroon zijn het gevolg van veranderingen in brekingsindex van het gelaagde water, veroorzaakt door verticale verplaatsing van dichtheidsvlakken.



Figuur 2. Conversieloze, eindige-amplitude bodenvorm  $h(x;\sigma)$  met lengte, hoogte en breedte van respectievelijk 2,24, 0,42 en 0,5 m, behorend bij een dimensieloze aandrijfperiode  $T=N/\sigma=\sqrt{2}$ . De bodem oscilleert horizontaal over 1 cm met frequentie  $\omega$ . Interne golfbundels zijn steiler dan de bodem als  $\theta < \theta_c$ , waar de steilste bodemhellingshoek  $\theta_c = 59,4^\circ$  met de verticaal maakt.



Figuur 3. Storing in de verticale dichtheidsgraadient (kleur), een maat voor absolute verticale verplaatsing van dichtheidsvlakken door oscillaties van de bodem met frequentie (a)  $\omega \neq \sigma$  met dimensieloze periode  $T=N/\omega=1,8$  en (b)  $\omega=\sigma, T=N/\omega=\sqrt{2}$ . De frequentie  $\sigma$  is gebruikt om de conversieloze bodenvorm  $h(x;\sigma)$  te bepalen. Pijlen geven de richting aan van de energiepropagatie.



Figuur 4. Verhouding van potentiële energie, verplaatsingen van dichtheidsvlakken,  $PE$ , in linker (L) en rechter (R) compartimenten (zwarte kromme) voor verschillende periodes  $T=N/\omega$ . Interne golven bestaan als vrije golven voor  $T > T_n = 1$ , de stratificatieperiode. Voor golfperiodes  $T < T_c$  (blauwe gestreepte lijn) is de bodemhelling kleiner dan die van interne golfbundels. De bodem is nagenoeg conversieloos voor de speciale periode  $T_s = N/\sigma = \sqrt{2}$  (rode gestreepte lijn).

## Wel of geen interne getijden

Figuur 3 laat de grootte van deze verplaatsingen zien voor twee verschillende oscillatiefrequenties. Aan beide zijden van de tank worden twee schuin georiënteerde interne golfbundels opgewekt. In figuur 3a ( $\omega \neq \sigma$ ) wordt de eerste opgewekt langs de stijgende bodem en beweegt naar rechts het beeld uit. De tweede ontstaat buiten het beeld van de camera, aan de rechterzijde langs de weer dalende bodem en beweegt zich omhoog en naar links. Deze laatste reflecteert aan het oppervlak, loopt vervolgens schuin omlaag en verlaat het gebied R boven de linkerzijde van de heuvel (zie figuur 3a), en gaat verder naar links, boven het vlakke deel van de tank (L). Deze weglopende interne golfbundel illustreert het paradigma van de klassieke opwekking van het interne getij.

Figuur 3b laat voor  $\omega = \sigma$  veel zwakere bundels zien, die bovendien het gebied R boven de heuvel niet lijken te verlaten (zie de afwezigheid van een reflecterende bundel boven het vlakke deel van de tank L). Voor deze speciale frequentie en topografievorm zien we dat oppervlaktegetijden inderdaad geen interne getijden genereren, in overeenstemming met een eerder gerapporteerde afname in interne getijemissie [7]: het interne-getijopwekkingparadigma lijkt verloren gegaan...

## Het paradigma herwonnen?

Om de interne-getijopwekking te kwantificeren zijn experimenten met meerdere oscillatiefrequenties uitgevoerd. Daartoe is in figuur 4 de potentiële energie  $PE_L$  (verstoringen van de achtergrond dichtheid door interne golven) in gebied L, boven het vlakke deel van het kanaal, gedeeld door de potentiële energie in gebied R, boven de heuvel,  $PE_R$ , uitgezet tegen de genormaliseerde oscillatieperiode  $T \equiv N/\omega$ . Deze verhouding is vermenigvuldigd met de verhouding van oppervlaktes R en L, om hun verschil in oppervlak te compenseren. Duidelijk is te zien dat de opwekking van interne golven een scherp minimum vertoont bij frequentie  $\omega = \sigma$  (genormaliseerde periode  $T = N/\sigma = \sqrt{2}$ ) waarvoor de topografie conversieloos is. Echter,

## DICHTHEIDSGELAAGDHEID

Temperatuur en zoutgehalte bepalen in belangrijke mate de dichtheid  $\rho$  van een vloeistof. In de oceaan treden ruimtelijke ( $x = (x, y, z)$ ) en temporele ( $t$ ) variaties van de dichtheid op zodanig dat  $\rho = \rho_0 + \rho_0(z) + \rho'(x, t)$ , waar de opeenvolgende termen in het rechter lid typisch twee tot drie ordes kleiner zijn dan de daaraan voorafgaande term. Dit maakt dat de verticale dichtheidsgradiënt in een stabiel gelaagde, in rust verkerende oceaan gekarakteriseerd kan worden door stratificatiefrequentie

$$N = \left( \frac{-g}{\rho_*} \frac{d\rho_0}{dz} \right)^{1/2},$$

met  $g$  de zwaartekrachtsversnelling. De laatste term,  $\rho'(x, t)$  beschrijft 'verstoringen': de interne golven.

## RUIMTELIJKE GOLFVERGELIJKING

In een lineaire, niet visceuze, tweedimensionale beschrijving van oppervlakte- en interne getijden, met periodieke verstoringen  $\sim \exp(-i\sigma t)$  van een uniform gelaagde ( $N = \text{constant}$ ), onsamendrukbare vloeistof, reduceren de bewegingsvergelijkingen in horizontale ( $x$ ) en verticale ( $z$ ) richting, samen met behoud van dichtheid, tot één vergelijking voor het ruimtelijk deel van stroomfunctieveld,  $\psi(x, z)$ :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0.$$

Hierin is de verticaal ten opzichte van de horizontaal geschaald met parameter

$$\tau = \frac{H}{L} \left( \frac{N^2}{\sigma^2} - 1 \right)^{1/2},$$

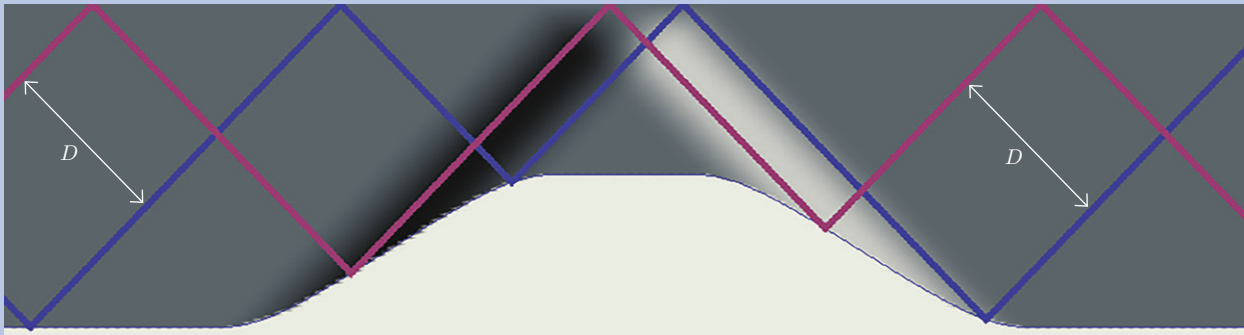
waarin  $H/L$  de verhouding van diepteschaal  $H$  en lengteschaal  $L$  geeft. Horizontale en verticale snelheden worden verkregen uit  $u = -\partial\psi/\partial z$ ,  $w = \partial\psi/\partial x$ . Aan deze ruimtelijke golfvergelijking wordt voor interne getijden opgelegd dat  $\psi = 0$  zowel op het als vlak benaderde zeeoppervlak (op  $z = 0$ ), als op een bodem met veranderlijke diepte (op  $z = -\tau h(x; \sigma)$ ), terwijl voor externe (oppervlakte) getijden  $\psi(x, -\tau h(x; \sigma)) = 1$ . Deze laatste conditie geeft aan dat het oppervlaktegetij het horizontale massatransport tussen bodem en oppervlak draagt:

$$\int_{-\tau h(x; \sigma)}^0 u dz = 1.$$

In de directe oplossingsmethode moet, voor gegeven bodemvorm  $h(x)$ , worden opgelegd dat interne getijden alleen van de bodemoneffenheid weglopen (de zogenoemde stralingsconditie) [1], zie figuur 3a.

In de inverse oplossingsmethode transformeren we, gebruikmakend van een willekeurige functie,  $f(q)$ , de coördinaten  $(x, z) \rightarrow (\xi, \zeta) = (f(x+z) + f(x-z), f(x+z) - f(x-z))$ . Dit beeldt de ruimtelijke golfvergelijking af op eenzelfde vergelijking in de nieuwe coördinaten,  $\partial^2 \psi / \partial \xi^2 - \partial^2 \psi / \partial \zeta^2 = 0$ . Hier moet stroomfunctie  $\psi(\xi, \zeta)$  voor interne en externe getijden aan dezelfde randcondities voldoen,  $\psi(\xi, 0) = 0$  en  $\psi(\xi, -Z) = 0$ , respectievelijk 1. Echter de bodemcondities worden nu toegepast op een vlakke bodem,  $\zeta = -Z$  (constant), waarvoor oplossingen met behulp van scheiding van variabelen gemakkelijk te construeren zijn. Deze bestaan uit een onderling orthogonale set verticaal staande en horizontaal propagerende modi, die ontkoppeld zijn, waardoor oppervlakte- en interne getijden de bodemoneffenheid  $z = -\tau h(x; \sigma)$  en elkaar ongehinderd kunnen passeren. De vorm van deze bodem volgt uit de impliciete vergelijking  $-Z = f(x - \tau h(x; \sigma)) - f(x + \tau h(x; \sigma))$  en uit het feit dat parameter  $\tau$  van frequentie  $\sigma$  afhangt. Verrassend is dat het oppervlaktegetij lokaal niet uniform afhankelijk is van de  $z$ -coördinaat, zie figuur 1 en [3].





Figuur 5. Een ‘goed gestemde’ (conversieloze) bodemvorm. Boven deze heuvel is de verticale snelheid veroorzaakt door het oppervlaktegetij (grijstinten) gegeven door de horizontale gradiënt  $\partial\psi/\partial x$  van de stroomfunctie in figuur 1. Blauwe en paarse lijnen geven de paden weer van interne golven van frequentie  $\omega = \sigma$  en laten na passage van de heuvel hun onderlinge afstand  $D$  ongewijzigd.

voor alle frequenties  $\omega \neq \sigma$  is er wél conversie van het oppervlaktegetij. We concluderen dat het interne-getijopwekkingsparadigma in de volgende vorm herwonnen wordt:

“Een uniform gelaagde ( $N = \text{constant}$ ) vloeistof kent voor iedere frequentie van het oppervlaktegetij  $\sigma < N$  een niet-aftelbaar oneindige hoeveelheid bodemvormen waarover het getij zonder opwekking van interne getijden kan passeren: er is geen koppeling van oppervlakte- en interne getijden, noch onderling van de verschillende verticale modi van het interne getij (zie kader *Ruimtelijke golfvergelijking*). Echter, voor ieder van deze conversieloze bodemvormen bestaan er oneindig veel oppervlakte-getijgolven met frequenties  $\omega \neq \sigma$  die wél interne getijden genereren.”

Afwezigheid van interne-getijgeneratie kan gerelateerd zijn aan ‘onzichtbaarheidsmantels’: obstakels die invallende oppervlaktegolven zonder verstrooiing laten passeren [8,9]. Dichtheidsge-laagde vloeistoffen laten zien dat conversieloze bodemvormen ook onzichtbaar lijken voor elders in de oceaan opgewekte invallende interne golven. De oorzaak hiervan lijkt te zijn dat de verschillende paden die interne getijden volgen (paarse en blauwe lijnen in figuur 5) hun onderlinge afstand  $D$  alleen bij passage van een conversieloze bodem niet lijken te veranderen.

Met een knipoog naar Bachs *Wohltemperierte Klavier* – een klavierstemming waardoor men in alle toonsoorten

redelijk zuiver kan spelen – kunnen we samenvattend zeggen dat een conversieloze bodemvorm, zonder enige koppeling tussen oppervlakte- en interne getijden, een ‘goed gestemde’ bodem is.

### Dankwoord

De synthetische Schliereengegevens in deze studie komen uit experimenten verricht door METEO-FRANCE, CNRS in het kader van het Europese Unie Framework 7 Programma, via een beurs aan HYDRALAB IV met transnationale toegang, Contract No. 261520. Wij bedanken Anne Belleudy, Radiance Calmer, Jean-Christophe Canonici, Frédéric Murguet en Vivian Valette van CNRM/GMEI/SPEA voor hun bijdragen aan de voorbereiding en uitvoering van de experimenten, en Yury Stepanyants, Evgeny Ermanyuk en Matthieu Mercier voor constructief commentaar.

**Leo Maas promoveerde op getijrectificatie aan de UU in 1987. Daarna werkte hij dertig jaar bij het Nederlands Instituut voor Onderzoek der Zee aan diverse oceanografische problemen. Vanaf 2007 is hij als buitengewoon hoogleraar aan de UU verbonden, waar hij vanaf 2016 voltijds werkt; sinds vorig jaar als emeritus professor.**  
L.R.M.Maas@uu.nl

**Alexandre Paci studeerde in 2013 af als meteoroloog aan de École normale supérieure te Parijs en promoveerde in 2006 op een fysisch oceanografisch onderwerp aan de Sorbonne. Hij leidde**

**acht jaar onderzoeksprojecten op het CNRM geofysisch vloeistofdynamisch lab in Toulouse. Vanaf 2015 richt hij zich op kleinschalige dynamica boven gebergte en leidt hij een CNRM atmosferisch remote sensing onderzoeksteam.**

**Bing Yuan promoveerde in 2017 aan de UU op kustdynamica en verrichtte onderzoek aan interne golven en kustbodemonwikkeling. Na een postdoctoraal onderzoek naar estuariene morphodynamica aan de Tsinghua Universiteit werkt hij sinds 2020 als universitair hoofddocent kustdynamica aan de Sun Yat-sen universiteit.**

### REFERENTIES

- 1 C. Papoutsellis, M. Mercier en N. Grisouard, Internal tide generation from isolated seamounts and continental shelves, arXiv preprint arXiv:2107.00632 (2021).
- 2 Y. Stepanyants, How internal waves could lead to wreck of American and Indonesian submarines? ArXiv:2107.00828v2 [physics.geo-ph], 6 juli (2021).
- 3 L.R.M. Maas, Topographies lacking tidal conversion. *J. Fluid Mech.* **684**, 5-24 (2011).
- 4 Y. Dossmann, A. Paci, F. Auclair, M. Lepilliez en E. Cid, Topographically induced internal solitary waves in a pycnocline: Ultrasonic probes and stereo-correlation measurements. *Phys. Fluids* **26**, 056601 (2014).
- 5 S.A. Dalziel, G.O. Hughes en B.R. Sutherland, Whole-field density measurements by ‘synthetic schlieren’. *Exp. in fluids* **28**(4), 322-335 (2000).
- 6 Y. Dossmann, A. Paci, F. Auclair en J.W. Floor, Simultaneous velocity and density measurements for an energy-based approach to internal waves generated over a ridge. *Exp. Fluids* **51**, 1013-1028 (2011).
- 7 C. Brouzet, E.V. Ermanyuk, M. Moulin, G. Pillot en T. Dauxois, Added mass: a complex facet of tidal conversion at finite depth. *J. Fluid Mech.* **831**, 101-127 (2017).
- 8 J.N. Newman, Cloaking a circular cylinder in water waves. *European journal of mechanics-B/fluids* **47**, 145-150 (2014).
- 9 I. Didenkulova, E. Pelinovsky en T. Soomere, Long surface wave dynamics along a convex bottom. *J. Geophys. Res. Oceans* **114**, C07006 (2009).