

## Wiskundecurricula revisited

Jenneke Krüger  
Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

### Samenvatting

Vernieuwing van wiskundecurricula, vooral in havo en vwo, gaat nogal eens gepaard met verhitte discussies over onder meer inhoud, didactiek, leermiddelen en de rol van docenten. Welke factoren en actoren zijn belangrijk voor het succes van een nieuw wiskunde-curriculum? Onderzoek naar ontwikkeling en uitvoering van historische wiskundecurricula heeft als voordeel dat de processen afgerond en de resultaten bekend zijn. Van drie wiskundecurricula uit de periode 1600 tot 1900 zijn gegevens verzameld, geanalyseerd en vergeleken, met als doel actoren en factoren te identificeren die een belangrijke invloed hebben gehad op de mate van succes van deze curricula. Een vergelijking met de gang van zaken bij een recente, problematische vernieuwing maakt aannemelijk dat kennis van historische processen een bijdrage kan leveren aan het voorkomen van problemen bij het ontwerpen en uitvoeren van nieuwe wiskundecurricula.

### 1. Inleiding

In het begin van de 21<sup>e</sup> eeuw bemoeide een groot aantal mensen zich met veranderingen in de wiskundecurricula van havo en vwo. Die bemoeienis werd zichtbaar in de media, in de gang van zaken rond de 'beperkte' herziening van 2007 en rond de beoogde vernieuwing van de wiskundecurricula door de vernieuwingscommissie wiskunde, cTWO. Verschillen van mening over onder meer de inhoud (zowel de onderwerpen als de wiskundige technieken), leermiddelen en onderwijsmethoden werden zwaar aangezet. Berichten in diverse media, gelobby bij politici en ambtenaren, en een enkele zorgvuldig georkestreerde actie van studenten veroorzaakten een emotioneel geladen atmosfeer rondom de vernieuwingen in het wiskundeonderwijs.

Het zou mogelijk moeten zijn om de ontwikkeling en beoordeling van nieuwe wiskundecurricula mede te baseren op resultaten van onderzoek, in plaats van op subjectieve meningen. Historisch onderzoek kan daaraan een bijdrage leveren. Op welke manier kwamen nieuwe wiskundecurricula vroeger tot stand? Welke factoren en actoren speelden daarbij een belangrijke rol?

Bestudering van historische processen heeft als voordeel dat de afstand in tijd een objectieve benadering vergemakkelijkt. Bovendien is het proces afgerond en is het moge-

lijk zowel de processen als de resultaten in de beschouwing te betrekken. Ook moderne curricula zijn geworteld in de geschiedenis, waardoor bekendheid met die geschiedenis een bredere blik mogelijk maakt (Krüger & van Maanen, 2014). Vergelijkend onderzoek van ontwikkeling, uitvoering en opbrengsten van historische wiskundecurricula kan referentiemateriaal bieden voor opinies, plannen en implicaties met betrekking tot hedendaagse wiskundecurricula.

Deze overwegingen leidden tot een vergelijkend onderzoek van Nederlandse historische wiskundecurricula. Na een korte verkenning is gekozen voor drie wiskundecurricula uit de 17<sup>e</sup>, 18<sup>e</sup> en 19<sup>e</sup> eeuw, die bestemd waren voor studenten die lager onderwijs hadden gevolgd. Criteria voor de keuze van de curricula waren onder meer de beschikbaarheid van archiefmateriaal en vergelijkbaarheid van doelgroepen. In dit artikel bespreek ik in vogelvlucht enkele aspecten van dit onderzoek.

## 2. Theoretische achtergrond

Geschiedenis van wiskundeonderwijs is een relatief nieuw onderzoeksgebied, waarbinnen nog nauwelijks eigen internationaal erkende onderzoeksmethoden ontwikkeld zijn. Karp (2014) noemt de onderzoeksgebieden geschiedenis en wiskundeonderwijs als bronnen voor onderzoeksmethoden en technieken. Het in dit artikel beschreven onderzoek omvat aspecten van onder meer geschiedenis (inclusief geschiedenis van het onderwijs en van de wiskunde), curriculumonderzoek en wiskundendidactiek.

Het raamwerk voor het beschrijven en vergelijken van het ontstaan en de uitvoering van wiskundecurricula uit verschillende periodes is afkomstig uit curriculumonderzoek. De onderzoeksmethoden, zoals het gebruik van originele bronnen en beschrijvingen van tijdgenoten, behoren tot de methoden van historisch onderzoek. Voor de beschrijvingen is uitgegaan van het onderscheid in drie verschijningsvormen van het curriculum; elke verschijningsvorm wordt vaak verder verdeeld in twee of drie vormen (van den Akker, 2003; Goodlad, 1979; Kuiper, 1993):

- beoogd curriculum (het ideale en het formele, in documenten vastgelegde curriculum)
- uitgevoerd curriculum (de interpretatie en uitvoering door docenten)
- bereikt curriculum (ervaringen van leerlingen en de resultaten).

Het model van een curriculum als een netwerk van elkaar wederzijds beïnvloedende componenten (van den Akker, 2003) bood een verhelderend uitgangspunt voor interpretatie van data.

### Onderzoeksvragen

De hoofdvraag voor het onderzoek luidt als volgt: *Welke factoren en actoren beïnvloeden in belangrijke mate de inhoud van nieuwe wiskundecurricula?*

De volgende deelvragen leveren een bijdrage aan structurering van het onderzoek.

1. *Welke beweegredenen en idealen zijn bepalend voor de inhoud van het formele wiskundecurriculum?*
2. *Welke factoren en actoren beïnvloeden de interpretatie van het formele wiskundecurriculum in de uitvoering?*
3. *Welke factoren en actoren zijn belangrijk voor een succesvolle uitvoering van het wiskundecurriculum?*

Deelvraag 1 heeft betrekking op het beoogde curriculum, deelvraag 2 op het uitgevoerde curriculum, met de nadruk op de interpretatie, en deelvraag 3 op het uitgevoerde en het bereikte curriculum.

### 3. Methode

Voor elke casus zijn gegevens uit archieven verzameld, zijn handschriften en andere materialen uit de periode geraadpleegd en is een beschrijving gemaakt. Deze drie beschrijvingen vormden de basis voor een vergelijking met als doel factoren en actoren te benoemen die in alle voorbeelden een belangrijke invloed hadden op ontstaan en uitvoering van een nieuw wiskundecurriculum.

De *Duytsche Mathematique* was de ingenieursopleiding die in 1600 op verzoek van prins Maurits van Nassau (1567-1625) verbonden werd aan de universiteit van Leiden. Het formele doel was het bieden van een snelle en goede openbare Nederlandstalige opleiding tot landmeter en militair ingenieur. Een dergelijke opleiding ontbrak in Nederland en ook elders. Simon Stevin legde dit doel, de beoogde inhoud en andere voorschriften vast in de *Instructie* (Molhuysen, 1913), voor zover bekend het oudste formele curriculum in Nederland. Deze opleiding was ongeveer 70 jaar lang succesvol in het aantrekken van studenten. De historische gegevens zijn onder meer afkomstig uit de Archieven van Curatoren van de universiteit Leiden, manuscripten in de universiteitsbibliotheken van Leiden en Groningen, en Molhuysen (1913, 1916, 1918).

De *Fundatie van Renswoude* in Utrecht was een van de drie Fundaties van Renswoude, opgericht in 1756, die een technische beroepsopleiding op hoog niveau verzorgden voor geselecteerde jongens uit het weeshuis waaraan ze verbonden waren. Deze Fundaties, in Delft, Den Haag en Utrecht, kwamen tot stand op initiatief van Maria Duyst van Voorhout (1661-1754), bij haar overlijden een van de rijkste vrouwen in de Republiek. In haar testament wees ze drie wees- en kinderhuizen aan als haar erfgenamen, op voorwaarde dat ze getalenteerde jongens apart zouden nemen en opleiden voor technische beroepen, met wiskunde als basis van de opleiding. Ze benoemde drie testamentair-executeurs die nauw samenwerkten met de regenten van de drie tehuizen en er op toezagen dat aan alle voorwaarden in het testament werd voldaan. De Fundatie in Utrecht was verbonden aan het zeer arme Stads Ambachtiskinderhuis, het onderwijs werd voortgezet tot in de 19<sup>e</sup> eeuw. De historische gegevens zijn onder meer afkomstig uit het Utrechts archief en de universiteitsbibliotheek van Amsterdam.

In 1863 kreeg Nederland een nieuw schooltype: de *Hogere Burgerschool* (HBS), bestemd voor de zonen van welgestelde burgers die geen universitaire studie gingen volgen en die bestemd waren voor hogere posities in handel, administratie of industrie. De HBS was tevens vooropleiding voor de nieuwe Polytechnische School in Delft. De HBS en de Polytechnische School waren onderwijstypen binnen de wet voor regeling van het middelbaar onderwijs, de eerste Nederlandse regeling van het middelbare onderwijs. Minister Thorbecke (1798-1872) slaagde er tijdens zijn tweede ambtstermijn in om in zeer korte tijd een wet middelbaar onderwijs door het Parlement aanvaard te krijgen. Een belangrijke medewerker bij de voorbereiding van de wet was D.J. Steyn Parvé, die als inspecteur middelbaar onderwijs grote invloed op de uitvoering zou hebben. Ook Rijke, hoogleraar natuurkunde in Leiden, was langere tijd betrokken bij de voorbereiding van de wet. De historische gegevens zijn onder meer afkomstig uit het Nationaal Archief in Den Haag, lokale archieven, artikelen gepubliceerd door Steyn Parvé in *De Economist*, het digitale archief van de Staten Generaal en schoolboeken voor wiskunde uit de 19<sup>e</sup> eeuw.

### **Gegevens over de curricula**

Het *beoogde* curriculum betreft vooral het formele deel: dat wat is vastgelegd in formele documenten, notulen en dergelijke. In alle drie gevallen is ook in enige mate te vinden welke idealen tot de oprichting van een nieuw curriculum leidden. Voor informatie over het *uitgevoerde* curriculum is onder meer gebruik gemaakt van collegedictaten, rapportages van tijdgenoten, aanwezige leermiddelen en een studentendictaat. Voor het *bereikte* curriculum is gebruik gemaakt van informatie over de positie van oud-studenten, het percentage afgestudeerden, succes van studenten in het vervoltraject en overgeleverd commentaar door studenten.

Wat betreft curriculumcomponenten is onderzocht welke zichtbaar waren in het formele of in het uitgevoerde curriculum.

Om te beoordelen of een curriculum succesvol was, zijn drie criteria gehanteerd.

- Aantrekkelijkheid voor studenten; de betreffende opleiding trok studenten aan gedurende een langere periode, studenten hadden aantoonbaar profijt van het curriculum in hun vervoltraject.
- De positie ten opzichte van vergelijkbare eigentijdse opleidingen, vooral wat betreft wiskunde.
- Waardering in de maatschappij; positieve berichtgeving, bijvoorbeeld in brieven, of pogingen tot navolging.

### **4. Resultaten**

In elk van de drie voorbeelden was een belangrijke aanleiding voor de nieuwe opleiding de behoefte van het land of de maatschappij, zoals die gezien werd door een invloedrijke initiator. In 1600 dreigde er voor Maurits een gebrek aan modern geschoolde militaire ingenieurs die de noodzakelijke wiskundige technieken beheersten. Rond 1740 zag Maria

Duyst van Voorhout een gebrek aan technisch geschoolde vakmensen op vele gebieden, met name waterbeheersing. In 1860 was Thorbecke van mening dat een gebrek aan mensen met een natuurwetenschappelijke opleiding stagnatie veroorzaakte in industrie en economie.

Hoewel de initiatiefnemers in verschillende eeuwen leefden, hadden ze allen een ideaal met betrekking tot het opleiden van mensen om de positie van het land te verbeteren. Ze deelden een optimistische visie op de mogelijkheden van goed onderwijs en de mogelijkheden van 'gewone' mensen om zich door onderwijs verder te ontwikkelen en de maatschappij van dienst te zijn. Van groot belang was ook dat er in de nabijheid van de initiatiefnemers steeds mensen waren die in staat bleken de idealen en doelstellingen uit te werken in een uitvoerbaar formeel curriculum.

Ongeveer veertien factoren, zowel curriculumcomponenten als andere factoren, bleken van belang in twee of meer van de onderzochte curricula, zowel beoogde als uitgevoerde. Voorbeelden van deze factoren staan in tabel 1.

Tabel 1. Voorbeelden van factoren van belang in de curricula, met toelichting (gebaseerd op Van den Akker, 2003).

<b>Factoren</b>	<b>Kenmerkende vraag</b>
Doelen	<i>Wat moeten ze bereiken?</i>
Inhoud	<i>Wat leren ze?</i>
Leeractiviteiten	<i>Op welke manier leren ze?</i>
Rol van docent	<i>Op welke manier bevordert de docent het leren?</i>
Leermaterialen en bronnen	<i>Met welke middelen leren ze?</i>
Toetsing	<i>Hoe wordt het leerresultaat getoetst?</i>
Aansluiting	<i>Hoe past het leren bij het voortraject en het vervolotraject?</i>

In dit artikel komen onder meer doelen, inhoud en aansluiting aan de orde, evenals voorbeelden van invloedrijke actoren in het beoogde en uitgevoerde curriculum van de drie historische voorbeelden. De formele curricula verschilden nogal van elkaar wat betreft detaillering en omvang.

De doelgroep was in alle gevallen mannelijk. Bij de Fundatie van Renswoude was bovendien een indicatie van een minimumleeftijd van 15 jaar. De bestuurders in alle drie voorbeelden hechtten veel waarde aan een goede fysieke leeromgeving, zowel voor theorielessen als voor praktijklessen.

#### 4.1 Duytsche Mathematique (1600-1681)

De actor die de idealen van Maurits vertaalde naar een formeel curriculum was Simon Stevin. Hij werkte sinds ca. 1590 voor Maurits als kwartiermeester in het leger en mogelijk al langer als diens tutor wiskunde (Dijksterhuis, 1943).

##### Het formele curriculum

De *Instructie* die Stevin voor de Duytsche Mathematique opstelde, was tamelijk uitvoerig, mogelijk vanwege het ontbreken van voorbeelden voor dit type opleiding. Hij formuleerde de doelstellingen als volgt (Molhuysen, 1913):

*Die meyninge is dat men den toehoorders zoo haest als mogelyck is, sal brengen om metter daad het land als Ingenieur te connen dienen, hier toe sal men leeren de arithmetique ofte het tellen ende het landmeetten, maer alleenlijck van elk zooveel als tottet dadelyk gemeene Ingenieurschap nodig is. Die soo verre gecoomen zijn, hebense als dan lust die diepzinnige dingen grondelycker te ondersoecken, dat sullen sy mogen doen. Dit is van de saecke in 't gemeen geseyt, waer aff breeder verclaringe gedaen werd, als volgt.*

Stevin beschreef vervolgens tamelijk uitgebreid de onderwerpen en gaf daarbij ook aan wat niet behandeld hoefde te worden, bijvoorbeeld kegelsneden. Ook noemde hij de toe te passen werkvormen, de volgorde van behandeling, enkele leermiddelen en de taal waarin onderwijs moest worden gegeven (Krüger, 2010).

*De lessen van tellinge ende meting op papier sullen een halff uyre lang gedaen worden int gemeen, d'ander halve uyre zal volbrocht worden met elcken int bysonder te beantwoerden ende onderwijsen vant geene sy vragen ende uyte gemeene lessen nyet verstaen en hebben.*

De curatoren van de universiteit zorgden voor een locatie met inrichting voor theorielessen en een gelegenheid voor de praktijkoefeningen die Stevin genoemd had. Ook zorgden ze voor een aanstelling en salaris voor de beide professoren die door Maurits en Stevin voorgesteld waren, Ludolf van Ceulen en Simon Franz. van Merwen. Het beoogde curriculum omvatte rekenen, vooral ook het gebruik van de nieuwe decimale schrijfwijze, landmeetkunde en vestingbouw (Krüger, 2010). Als deze basisopleiding achter de rug was, konden de cursisten 's zomers met het leger meetrekken en bij de vestingbouw meewerken; tijdens de winterrust konden ze desgewenst verder studeren (Stevin, *Instructie*).

##### Het uitgevoerde curriculum

Ludolf van Ceulen (1540-1610) was een gerespecteerd 'rekenmeester', wiskundige en schermmeester (Wepster, 2010). Tot zijn leerlingen behoorden Willibrord Snellius, later hoogleraar in Leiden, Adriaan Metius, later hoogleraar in Franeker, en Frans van Schooten sr. (1581/82-1645), zijn assistent en opvolger als hoogleraar Duytsche Mathematique.

Simon Franz. van Merwen (1548-1610) was een Leidse notabele, landmeter en kaartenmaker. Over het onderwijs van Van Ceulen en Van der Merwen is heel weinig bekend. Begin 1610 overleed Van Merwen, Van Ceulen overleed in december van dat jaar. Frans van Schooten sr., inmiddels geadmitteerd landmeter, zette de lessen voort, voorlopig zonder formele aanstelling, maar met instemming van de curatoren. Via petitities, ondertekend door studenten Duytsche Mathematique, verzochten de studenten en Frans van Schooten een aantal keren om hem te benoemen als opvolger van Van Ceulen en Van Merwen. Uit de petitie van 1612:

*De lessen ... sijn gecontinueerd geweest den tijt van een jaer en tien maenden door Mr Frans van Schoten, soo int auditorium als te velde (AC 1, inv. 42).*

Van Schooten had dus bijna twee jaar de lessen gegeven, zowel theorie (in het auditorium) als praktijk (te velde). Begin 1615 werd Frans van Schooten sr. uiteindelijk benoemd tot professor Duytsche Mathematique (Molhuysen, 1916). Hij verzorgde meer dan dertig jaar het onderwijs en werkte ook als militair ingenieur en adviseur. We weten iets over de inhoud en stijl van zijn lessen omdat de universiteitsbibliotheek van Leiden een collegedictaat van hem bezit, geschreven rond 1620: *Mathematische Wercken* (van Maanen, 1987). Dit collegedictaat volgt tamelijk trouw de *Instructie* van Stevin. Enkele onderwerpen die waarschijnlijk voor de studenten interessant waren, zijn toegevoegd, bijvoorbeeld de constructie van een spiraal en de theorie van wijnroeien, dat wil zeggen het opmeten van de inhoud van vloeistof in vaten. Wijnroeier was een belangrijke functie bij gemeenten (Bennett, 1995). Het dictaat valt op door de zorgvuldige uitvoering, de vele en zorgvuldig uitgevoerde tekeningen, de opvallend goede kwaliteit van illustraties in het deel over landmeten, de doordachte didactische opbouw en vanaf het begin het consequente rekenen in decimale getallen, gebruik makend van een duidelijke en handige notatie, gebaseerd op de notatie van Stevin in *De Meetdaet*. Het consequent rekenen met decimale breuken en bijbehorende notatie was voor de vroege 17<sup>e</sup> eeuw uitzonderlijk (Krüger, 2010).

Het formele curriculum voorzag niet in examens of andere wijzen van toetsen. Al na enkele maanden kwam er op verzoek van studenten de mogelijkheid een afsluitend examen af te leggen (Molhuysen, 1913). Zo'n examen had waarde voor landmeters: om geadmitteerd te worden moest een landmeter aantonen dat hij voldoende kennis had, door een examen of aanbevelingen van erkende landmeters. Een voorstel van de Senaat om tot een ingenieursexamen te komen kreeg geen vervolg; ingenieursexamens waren onbekend, in tegenstelling tot landmetersexamens.

### **Het bereikte curriculum**

Informatie over de studenten van de Duytsche Mathematique is schaars en verspreid over verscheidene bronnen. Onder sommige petitities van studenten ten behoeve van Frans van Schooten sr. uit de periode 1611-1614 stonden meer dan dertig namen, sommige met hun beroep erachter, zoals (gezworen) landmeter, metselaar, timmerman of timmergezel,

steenhouwer, schoolmeester en ook student. Een aantal landmeters liet bij hun admisie noteren dat ze Duytsche Mathematique gestudeerd hadden, in brieven en reisverslagen wordt vermeld dat de Duytsche Mathematique als opleiding diende voor landmeters, ingenieurs, maar ook voor rekenmeesters en andere beroepsbeoefenaren (Huijbrecht & Scholten, 1987; van Schooten, 1646; Molhuysen, 1916; Teeling, 1981; van Winter, 1988; Witkam, 1967). Er zijn goede redenen om aan te nemen dat de Duytsche Mathematique lange tijd voldoende kwaliteit bood om aantrekkelijk te zijn voor studenten. De Duytsche Mathematique werd gezien als een type opleiding dat navolging verdiende, ook in bijvoorbeeld Scandinavië (Dopper, 2014; van Miert, 2005).

Frans van Schooten sr. leverde een belangrijke bijdrage aan die kwaliteit door zijn onderwijs. Hij was wiskundig goed op de hoogte, had ervaring met de praktijk, zowel in landmeten als werken voor het leger, en besteedde aandacht aan theorie en praktijk. Zijn collegedictaat wekt de suggestie dat hij uitstekend les gaf. Hij legde de basis voor de opleiding van zijn opvolger, zijn oudste zoon, Frans jr. Deze werd een gerespecteerd wiskundige en docent, die zowel Duytsche Mathematique onderwees als een kring van wiskundig begaafde privéleerlingen om zich heen had (Dopper, 2014; van Maanen, 1987). Frans jr. gebruikte onder meer het lesmateriaal van zijn vader voor zijn colleges.

#### **4.2 Fundatie van Renswoude, Utrecht (1754-heden)**

De Fundatie van Renswoude verzorgde in de 18<sup>e</sup> eeuw zowel opvoeding als onderwijs. De actoren die het ideaal van Maria Duyst van Voorhout vertaalden in een formeel curriculum waren de testamentair-executeurs en regenten van de drie weeshuizen.

##### **Het formele curriculum**

De regenten stelden in samenwerking met de executeurs allereerst een Generaal Reglement op, dat voor een deel voorschriften voor het curriculum bevatte. Het was een uitwerking van de voorschriften die Maria Duyst van Voorhout in haar testament had laten opnemen. De regenten van Utrecht formuleerden op basis van dat Generaal Reglement *Instructies* voor onderwijsgevendenden, eveneens te beschouwen als deel van het formele curriculum. Wiskundige vakken vormden het belangrijkste deel van het curriculum, gevolgd door tekenen. Ook schrijven, Franse taal, aardrijkskunde en catechisatie hoorden tot het programma voor alle studenten. Over de inhoud van het wiskundecurriculum stond nauwelijks iets in de formele documenten. Wel noemden de regenten als doelstellingen een reeks van mogelijke beroepen en werden afspraken vastgelegd over financiële middelen en wijze van verantwoording, selectiecriteria voor studenten, de leeromgeving, praktijkplaatsen, de rol van docenten, leeractiviteiten, lestijden, leermiddelen, toetsing (admissie- en vorderingstoetsen), toezicht en verantwoording, afstemming tussen docenten en met de andere Fundaties, en aansluiting op het vervolgtraject. Bijvoorbeeld wat betreft doelstellingen:



*... schilderen, beeld en steenhouwen, het sloopstimmeren, het maken van molens, sluijzen en dijkagien, de architectuur, zoo civiel als militair, de navigatie en stuurmanskunst, het maken van mechanische en astronomische instrumenten en orlogien, de chirurgie en zoodanige andere als de heeren regenten van de godshuizen en de heeren executeurs in het vervolg zullen oordelen daer toe mede te behooren, zijnde het timmerman, metselaar ofte diergelijke handwerken voor zoo verre het kennisse van dien tot de architectura of andere van de bovenstaande vrije kunsten absoluut gerequireert word daaronder mede begrepen (HUA 771, inv. 5).*

In Utrecht begon de opleiding in 1761, vijf jaar na de start in Delft en Den Haag. Redenen voor dit late begin waren de slechte onderwijssituatie in het Stads Ambachtskinderhuis en de gebrekkige huisvesting. De slechte onderwijssituatie werd aangepakt door aan de jongens in het weeshuis apart les te laten geven door een zorgvuldig geselecteerde onderwijzer, die onder meer aan de jongens lezen, schrijven en rekenen onderwees en meehielp bij de selectie van kandidaten voor de Fundatie. De huisvesting verbeterde door de bouw van een riant Fundatiehuis, dat in 1760 gereed kwam (Gaemers, 2004).

De regenten van de Fundatie van Renswoude deden veel moeite om een bekwame wiskundedocent, een 'mathesis instructeur' te vinden. Het moest iemand zijn met de kwaliteiten van de gedreven docent van de Fundatie in Delft, Johannes van der Wall (de Booy & Engel, 1985; van der Wall, 1760). Het werd Laurens Praalder (1711-1793), afkomstig uit Noord Holland en sinds 1751 docent wiskundige vakken en examinator van schippers en stuurliu voor de Admiraliteit van de Maze in Rotterdam (Langenbach, 1996).

### **Het uitgevoerde curriculum**

In 1761 kwam Praalder in dienst van de Fundatie van Renswoude in Utrecht, waar hij meer dan dertig jaar de theorielessen en een deel van de praktijklessen verzorgde (HUA 771, inv. 8, inv. 37). Hij had niet, zoals Johannes van der Wall en de wiskundedocent in Den Haag, een academische opleiding, maar hij had veel praktijkervaring, zodat hij onder meer de praktijk van het landmeten kon geven. Hij had een uitgebreid netwerk met praktijkbeoefenaars, zoals landmeters en molenbouwers, en met hoger geplaatste figuren, zoals de directeur-generaal van de Fortificatiën. Via zijn netwerk kregen veel studenten een praktijkplaats (Krüger, 2012).

Laurens Praalder kwam dagelijks in de school van het weeshuis en werkte samen met de onderwijzer in het selectieproces. De meest geschikte jongens mochten toelatingsexamen doen bij de regenten, die beslisten wie dat jaar in aanmerking kwamen voor opname in de Fundatie. De geselecteerde jongens woonden in het Fundatiehuis, waar ze huisvesting, kleding en zakgeld ontvingen, opgevoed werden en onderwijs kregen. De eerste anderhalf tot twee jaar was het onderwijs theoretisch. Laurens Praalder bepaalde voor de wiskundige vakken de inhoud, volgorde en uitvoering geheel zelf. Het programma bevatte rekenen (onder andere decimale breuken), algebra (stelkunde), meetkunde (Euclides I tot

en met VI, XI en XII), het begin van landmeetkunde en van trigonometrie (Krüger, 2011). Elke student moest een of meer keren per jaar een voortgangsexamen doen, in tegenwoordigheid van de regenten en afgenomen door zijn wiskundecollega. Als een student voldoende gevorderd was, koos hij een beroep of zochten de regenten een beroep voor hem. Een deel van de week was vervolgens bestemd voor praktijkwerk, meestal bij een baas en onder toezicht van Praalder, terwijl het theorieonderwijs doorging, onder meer in de avonden. Het onderwijs werd geleidelijk meer gespecialiseerd, afhankelijk van het gekozen beroep. Als derde fase volgde een praktijkplaats verder weg, waar de student voorbereid werd op een zelfstandige positie in zijn beroep. Er waren ruim leermiddelen voorhanden: instrumenten en boeken, zowel voor algemeen gebruik als voor individueel gebruik. Een student kreeg eervol ontslag uit de Fundatie als hij een zelfstandige positie had gekregen. Hij kreeg dan geld en goederen mee om zijn start in de maatschappij te vergemakkelijken.

In 1792 ging Praalder met pensioen en werd opgevolgd door Dirk de West, de onderwijzer die dertig jaar lang met Praalder samengewerkt had. De regenten van de Fundatie lieten de negentien onderwijsdictaten van Praalder kopiëren voor De West. Laurens Praalder was van groot belang voor het welslagen van het onderwijs in de Fundatie van Renswoude, evenals Frans van Schooten sr. dat geweest was voor de Duitse Mathématique.

### **Het bereikte curriculum**

De Fundatie in Utrecht nam 71 studenten op tussen 1761-1810, ongeveer evenveel als de Fundaties in Delft en Den Haag. De studenten in Utrecht maakten voor het merendeel hun opleiding af en bereikten aanzienlijk betere posities dan gebruikelijk was voor wezen uit het Stads Ambachtshuis (Krüger, 2012). Een aantal ging werken in watermanagement en droeg zo bij aan de wens van Maria Duyst van Voorhout om het land te verdedigen tegen overstromingen. De Fundatie van Renswoude werd in de 18<sup>e</sup> eeuw gezien als een goed voorbeeld van onderwijs. Er waren in de loop van de eeuw enkele pogingen tot vergelijkbaar onderwijs, dat wil zeggen weesjongens wiskundige vakken onderwijzen (Lottman, 1985; Roberts, 2012), maar deze hadden niet de dezelfde mate van succes.

### **4.3 De HBS (1863-1963)**

Vanaf 1814 had Nederland een grondwet waarin sprake was van hoger, middelbaar en lager onderwijs. Hoewel er enkele pogingen waren tot regeling van het middelbaar onderwijs, duurde het tot 1863 voor er een wet tot regeling van het middelbaar onderwijs tot stand kwam. Deze wet voorzag wat betreft de HBS in een landelijke behoefte, gezien de snelle groei van het aantal scholen.

### **Het formele curriculum**

Het formele curriculum werd vastgelegd in verscheidene documenten, op landelijk niveau onder meer de wetstekst en uit de wet voortvloeiende regelingen. De doelstellingen van de HBS-opleiding waren niet formeel vastgelegd, ze werden door Thorbecke in zijn toelichting in de Tweede Kamer besproken (Memorie van Toelichting 6-6-1862, idem 23-10-1862). Wiskunde, natuurwetenschappen, moderne talen en economische vakken waren, gezien de doelstellingen, belangrijke vakken.

In de wet waren voorschriften opgenomen met betrekking tot een aantal factoren:

- Inhoud: de achttien vakken in het programma.
- Het toezicht door landelijke inspecteurs en door lokale commissies.
- Het eindexamen. Een keer per jaar moest er gelegenheid geboden worden aan het eindexamen deel te nemen. Dit examen werd georganiseerd, samengesteld en afgenomen door provinciale examencommissies. De kandidaten moesten over alle zestien in de wet genoemde vakken eindexamen afleggen. Een HBS-diploma gaf geen toegang tot universitaire examens, dat bleef voorbehouden aan de gymnasia.
- De aansluiting op de Polytechnische School: een HBS-diploma gaf vrijstelling van het propedeutisch examen van de Polytechnische School.
- De bevoegdheidseisen voor docenten. Er was een gezamenlijke akte A voor wiskunde en natuurwetenschappen, overeenkomend met een kandidaatsexamen, en een afzonderlijke akte B per vak, overeenkomend met een doctoraalexamen. Een universitair of ingenieursdiploma gaf ook bevoegdheid tot het geven van wiskunde in alle leerjaren.

Docenten wiskunde moesten niet alleen hoog opgeleid zijn, ze moesten ook een en ander weten van natuurwetenschappelijke vakken. Tot hun rol hoorde het kunnen samenwerken met de collega's van natuurwetenschappelijke vakken. Over de inhoud van vakken was niets vastgelegd. Thorbecke had alleen voor wiskunde een soort minimumprogramma geadviseerd, op basis van wat hij als de belangrijkste doelstellingen van wiskunde op de HBS zag: ondersteuning van natuurwetenschap, vooral natuurkunde. Bovendien moest het wiskundeprogramma een goede voorbereiding op de Polytechnische School in Delft bieden. Het advies voor wiskunde omvatte rekenen, algebra tot en met tweedegraadsvergelijkingen, meetkunde tot en met stereometrie, gonio- en trigonometrie, en beschrijvende meetkunde; ongeveer wat in die tijd op een aantal gymnasia in de natuurwetenschappelijke afdeling onderwezen werd (Smid, 1997).

### **Het uitgevoerde curriculum**

De Rijks HBS'en hadden een voorbeeldfunctie voor de overige HBS'en en fungeerden dus in zekere zin als modelscholen. Die voorbeeldfunctie werd benadrukt door de landelijke inspecteurs, die als taak hadden de 'bloei van het middelbaar onderwijs' te bevorderen.

Gedurende de beginperiode van de HBS waren er betrekkelijk veel ingenieurs onder de wiskundeleraren. Al vrij snel gaven de meeste aankomende leraren de voorkeur aan deelakten, de akten K, die alleen de wiskundige onderwerpen van de akten A en B bevatten; de wiskunde was wel op universitair niveau, maar de opleiding was minder breed dan Thorbecke en zijn medewerkers voor ogen hadden.

Wiskundeleraren van de HBS hadden ruimte om zelf het leerplan in te vullen, ze bepaalden de onderwerpen en de volgorde van onderwerpen, kozen de te gebruiken boeken en bespraken met collega's de verdeling van lesuren. Evenals hun collega's in voorgaande eeuwen hielden ze rekening met eisen van vervolgotrajecten en het niveau waarop leerlingen de school binnenkwamen.

De drie inspecteurs voor het middelbaar onderwijs, vanaf 1873 twee inspecteurs, hadden contact met alle scholen. Al snel bleek dat de programma's voor wiskunde in de eerste drie leerjaren niet veel uiteenliepen. Een leerling had meestal zes uur wiskunde in elk van de eerste drie leerjaren: twee uur rekenen, twee uur meetkunde en twee uur algebra. In 1867 had de KMA (Koninklijke Militaire Academie) de eisen voor de toelatingsexamens gewijzigd: gonio- en trigonometrie waren toegevoegd. Omdat leerlingen na drie jaar HBS verondersteld werden voor dit toelatingsexamen te kunnen slagen, was dat van belang voor het wiskundeonderwijs. Trigonometrie werd in de meeste scholen pas in het vierde leerjaar gegeven. In Zwolle voegde de leraar in 1867-1868 gonio- en trigonometrie toe aan het programma voor alle leerlingen in het derde leerjaar. In Deventer en Groningen gaven de leraren een extra uur les in gonio- en trigonometrie aan leerlingen die toelatingsexamen voor de KMA wilden doen.

In de programma's voor het vierde en vijfde leerjaar was er aanvankelijk wat meer variatie. Vaste onderwerpen waren algebra, meetkunde, gonio- en trigonometrie en beschrijvende meetkunde. Wat er binnen elk onderwerp behandeld werd kon nogal verschillen, vooral wat betreft algebra en gonio- en trigonometrie. Er was veel meer overeenstemming wat betreft (beschrijvende) meetkunde. De eisen voor het propedeutisch examen van de Polytechnische School vormden vanaf 1865 een belangrijke, maar niet de enige leidraad voor het kiezen van lesstof.

De provinciale eindexamencommissies bestonden voor het grootste deel uit HBS-leraren. Het examen bestond uit een schriftelijk en een mondeling deel, verspreid over een aantal dagen. Elke commissie stelde zelf de examenvragen, het examenrooster en de tijdsduur per vak vast en bepaalde welke vakken alleen mondeling of alleen schriftelijk werden geëxamineerd. Voor de kandidaten en voor de examencommissies was dit een zware en weinig bevredigende organisatiestructuur, waarbij ongelijkheid ontstond wat betreft duur en moeilijkheidsgraad. In 1868 liet minister Fock een concept-examenreglement met bijbehorend examenprogramma verspreiden, in maart 1870 werd het bijgestelde examenreglement en -programma ingevoerd (Hubrecht, 1880; Steyn Parvé, 1870). Het schriftelijk examen werd een centraal examen over tien vakken, op elke school op dezelfde dagen en tijdstippen afgenomen. Het mondeling examen bleef op provinciaal niveau

georganiseerd en moest in ieder geval over de niet schriftelijk geëxamineerde vakken gaan. In de praktijk werden de vier onderdelen van wiskunde altijd ook mondeling geëxamineerd.

Aanvankelijk deden weinig leerlingen eindexamen. Pas vanaf ca. 1895 bleven meer leerlingen tot en met het vijfde leerjaar op school en deden ook eindexamen. Vaes (1931) geeft statistieken voor de eerste Rotterdamse HBS. Van het cohort HBS-leerlingen dat in 1865 begon, behaalde 17% uiteindelijk een diploma, tegen 47% in 1895. Het behalen van een HBS-diploma was aanvankelijk kennelijk niet zo belangrijk; het diploma had ook geen grote civiele waarde. Zelfs voor de Polytechnische School was een HBS-diploma geen voorwaarde voor toelating, evenmin als voor de KMA. Geleidelijk kreeg een HBS-diploma grotere betekenis. Tegelijkertijd kreeg het examenprogramma voor wiskunde meer invloed op de inhoud van het uitgevoerde curriculum. Dat is onder meer af te leiden uit de inhoud en verantwoording van schoolboeken voor wiskunde.

Vrij snel na de oprichting van de eerste HBS'en waren voor wiskunde veel verschillende tekstboeken beschikbaar, speciaal geschreven voor HBS en gymnasium, vaak door wiskundeleraren. Volgens Smid (2008) is een grote verscheidenheid aan tekstboeken te verwachten als de leraren hoog opgeleid zijn in hun vakgebied. Bovendien moeten ze vrijheid hebben bij de uitvoering van hun onderwijs. Aan beide voorwaarden voldeed de HBS in de 19<sup>e</sup> eeuw. De boeken bevatten vaak ook onderwerpen die niet geëxamineerd werden, maar opgenomen werden vanwege onder meer de didactische waarde, de vormende waarde of omdat ze gevraagd werden bij bepaalde toelatingsexamens. Rond 1900 verminderde het aantal onderwerpen buiten het examenprogramma, en hechtten auteurs meer belang aan wat zij beschouwden als wiskundige zuiverheid in de behandeling. Dat was een reden om onderwerpen zoals complexe getallen en het limietbegrip niet meer op te nemen in de boeken.

### **Het bereikte curriculum**

Van de leerlingen in de eindexamenklas ging iets minder dan de helft naar Delft of de KMA (Onderwijsverslagen voor de Tweede Kamer; Steyn Parvé, 1879). Een toenemend aantal leerlingen volgde een universitaire studie, na het verplichte examen Latijn afgelegd te hebben. Vanaf 1878 konden HBS-gediplomeerden een medische studie volgen. Verscheidene hoogleraren wiskunde die in de tweede helft van de 19<sup>e</sup> eeuw geboren waren, hadden onderwijs op een HBS gevolgd. Een aantal leraren wiskunde op een HBS werd later hoogleraar. De HBS was een succes uit het oogpunt van aantrekkingskracht op leerlingen en de invloed op hun loopbaan. De eerste Nederlandse Nobelprijswinnaars worden vaak genoemd; er zijn nog vele voorbeelden van HBS-leerlingen die later profijt hadden van hun opleiding.

## 5. Conclusies en discussie

De onderzochte opleidingen waren alle drie op een bepaalde manier gekoppeld aan wiskunde voor technische beroepen. In de drie voorbeelden waren wiskundige vakken zeer belangrijk, maar het relatieve aandeel ervan nam af: van 100% in de Duytsche Mathematique tot 18% van de lestijd op de HBS. In de 19<sup>e</sup> eeuw moesten leerlingen hun aandacht dus over veel meer vakken verdelen dan in de 18<sup>e</sup> of 17<sup>e</sup> eeuw.

Het aantal onderwijsinstellingen waar het curriculum uitgevoerd werd nam toe; de Duytsche Mathematique was één specifieke opleiding, gelieerd aan de universiteit van Leiden, de Fundatie van Renswoude bestond uit drie Fundaties, gekoppeld aan kinderreizen in drie verschillende steden. In 1864 waren er negen verschillende HBS'en, in 1875 waren er 32 scholen, waarvan negen Rijksscholen (Bartels, 1963).

Ondanks de verschillen in maatschappelijke omstandigheden, doelgroepen, aantal betrokken instituten, leerlingen en docenten is de invloed van de volgende actoren en factoren in alle drie onderzochte curricula aanzienlijk.

- Er was een initiatiefnemer met een ideaal en daaruit voortvloeiende doelstellingen, en er waren personen die deze idealen en doelstellingen vertaalden in realistische en uitvoerbare curricula. In de uitvoering waren de docenten invloedrijke actoren.
- De doelstellingen waren beperkt en duidelijk vastgelegd in het formele curriculum of de toelichting daarbij.
- De inhoud van elk curriculum, formeel en uitgevoerd, paste bij de doelstellingen.
- De bestuurders hechtten groot belang aan leraren met een goede en relevante opleiding. In het geval van de Duytsche Mathematique ging het om een goede kennis van wiskunde voor landmeters en militaire ingenieurs, en om praktijkkennis. De Fundatie van Renswoude zocht een leraar met een brede kennis van wiskunde, van wiskunde in toepassingen en met pedagogische kwaliteit. De wetgevers in de 19<sup>e</sup> eeuw wilden voor de HBS leraren met een wiskundige opleiding op universitair niveau of het niveau van ingenieur.
- Deze goed opgeleide leraren waren autonoom in de uitvoering van het onderwijs, ze beslisten over de onderwerpen, volgorde van behandeling, leermiddelen, leeractiviteiten enzovoort. Ze hielden rekening met de doelstellingen van de opleiding, waaronder een goede aansluiting op vervoltrajecten van studenten of leerlingen.
- Examens, als toegang tot een positie in de maatschappij of als voortgangsexamens, waren in elk curriculum van belang, maar geen hoofdzaak.
- Zowel in de formele curricula als op het niveau van de uitvoering was er aandacht voor aansluiting op het voortraject en het vervoltraject.

In de 21<sup>e</sup> eeuw is er een enorme schaalvergroting, vergeleken met de 19<sup>e</sup> eeuw. Het volgen van onderwijs is tot de leeftijd van 16 of 18 jaar verplicht. De havo en het vwo, de opvolgers van de HBS, zijn populaire onderwijsvormen, met meer dan 500 schoollocaties. Wiskunde is voor bijna elke leerling in havo en vwo een verplicht vak. Het belang dat men hecht aan de resultaten van centrale examens is zeer groot, niet alleen voor leerlingen,

ook voor scholen. Dat geldt specifiek voor wiskunde als een van de kernvakken. Vergelijking van een recente vernieuwing van het wiskundecurriculum, de periode 1998-2007, met de geschetste historische ontwikkelingen, laat overeenkomsten zien wat betreft invloedrijke factoren en de rol van actoren.

In 1998 werd op havo en vwo voor de bovenbouw de profielstructuur ingevoerd: leerlingen moesten kiezen voor een profiel, een combinatie van vakken waarin ze eindexamen zouden doen. De gangbare naam voor deze vernieuwing was tweede fase. Wiskunde was onderdeel van elk profiel, dus voor het eerst moesten alle leerlingen in havo en vwo in wiskunde eindexamen doen. Er waren nieuwe examenprogramma's opgesteld, met ten dele nieuwe onderwerpen. Tegelijkertijd was er zware druk op scholen en (wiskunde)docenten om nieuwe didactische werkvormen, met een nieuwe organisatie van groepen en leeromgeving, in te voeren. En onder invloed van technologische ontwikkelingen kwamen er nieuwe leermiddelen voor wiskunde. Welke invloed hadden de factoren doelen, inhoud, toetsing en aansluiting? Wat was de beoogde rol van de wiskundedocent, en wat was die rol in de praktijk?

Wiskunde werd voor en tijdens de invoering van de tweede fase als zeer belangrijk gezien door veel verschillende groeperingen. Dat had onder meer tot gevolg dat er van veel verschillende kanten getracht werd invloed uit te oefenen op inhoud en uitvoering van het curriculum. Mede daardoor kregen zowel het formele als het uitgevoerde wiskundecurriculum verschillende doelen, onder meer: bijdragen aan algemene vorming, algemene voorbereiding op hoger onderwijs en voorbereiding op specifieke vervolgstudies (afhankelijk van het profiel), instrument om problemen in andere vakgebieden op te lossen, bijdragen aan het wetenschappelijk leren denken en aantrekkelijk zijn voor leerlingen (Krüger & van der Zwaard, 2003). In de uitvoering bleken doelen soms tegenstrijdig.

De inhoud van het formele curriculum werd onder meer vastgelegd in examenprogramma's. Die waren zeer gedetailleerd en voor sommige profielen bevatten de wiskundeprogramma's te veel onderwerpen. Er kwamen frequent wijzigingen met betrekking tot de onderwerpen voor het centraal examen, waar leraren in de uitvoering gevolg aan moesten geven. Het gebruik van een nieuw leermiddel, de grafische rekenmachine, was in het formele curriculum opgenomen. In het uitgevoerde curriculum bleek het gebruik van de grafische rekenmachine complexer dan verwacht en was het voor veel leraren niet duidelijk op welke manier ze de grafische rekenmachine optimaal konden inzetten bij hun onderwijs. Er was bijscholing voor leraren, zowel wat betreft wiskundige inhoud als wat betreft gebruik van nieuwe technologie en nieuwe werkvormen. Deelname aan scholing was echter over het algemeen vrijblijvend. Wiskundeleraren waren vaak in de praktijk onvoldoende voorbereid op het gebruik van nieuwe technologie en de nieuwe werkvormen die ze geacht werden te gebruiken. Er waren veel voorschriften en dwingende adviezen met betrekking tot de uitvoering van het curriculum.

De aansluiting met het wiskundeprogramma van de onderbouw was in de eerste jaren van de tweede fase gebrekkig, waardoor te veel leerlingen met onvoldoende beheersing

van wiskundige technieken in het vierde leerjaar kwamen. Nadat het eerste cohort vwo-leerlingen een universitaire studie begon, klaagde een aantal (hoog)leraren van bèta-opleidingen over het gebrek aan wiskundige kennis van de eerstejaarsstudenten.

De autonomie van wiskundedocenten was, vergeleken met de situatie in de historische voorbeelden, sterk verminderd en hun opleiding paste niet meer goed bij wat er van hen verwacht werd. De positie van wiskunde veranderde tussen 1998 en 2003 van een van de belangrijkste vakken met het hoogste aantal lesuren naar een obstakel voor leerlingen voor het kiezen van een bètaprofiel (Ministerie van OCW, 2003).

Op basis van kennis over factoren en actoren die invloed hadden op wiskundecurricula in het verleden, verdient het aanbeveling om bij het ontwerpen van nieuwe wiskundecurricula tenminste het volgende na te streven.

- Een vertaling van de idealen naar een formeel curriculum dat uitvoerbaar is binnen de gegeven condities.
- Duidelijkheid over de voornaamste doelstellingen en over de overige impliciete en expliciete doelstellingen; conflicten tussen doelen dienen zo spoedig mogelijk opgelost te worden.
- In het formele curriculum een weloverwogen combinatie van gedegen vakinhoud met moderne digitale leermiddelen.
- Voor alle wiskundedocenten scholing, die niet vrijblijvend is en rekening houdt met het kennisniveau van de individuele docent.
- De keuze van leerstof, leermiddelen en leeractiviteiten dient niet alleen op papier, maar ook in de uitvoering allereerst de verantwoordelijkheid van de docenten te zijn.
- Netwerken van docenten, zowel binnen de school als tussen scholen en met verbindingen naar lager en hoger onderwijs.

### **English Summary**

Design and development of new mathematics curricula regularly causes heated discussions on matters such as content, learning materials, the role of teachers and assessment. What factors and actors are important for the success of a new mathematics curriculum? Historical research into the design and implementation of mathematics curricula in the past has the advantage that the processes are completed and that the results are known. Data of three mathematics curricula, selected from the period 1600-1900, were collected, analysed, described and compared, in order to pinpoint actors and factors which were important for the success of these curricula. A comparison with a recent and problematic renewal of mathematics curricula indicates that knowledge of processes in the past may contribute to prevent problems during design and implementation of new mathematics curricula.

### **Archieven en bibliotheken**

Het Utrechts Archief (HUA)



Staten Generaal Digitaal (SGD)  
Universiteitsbibliotheek Leiden (UBL)

AC1, inv. 42 (UBL, Archief van Curatoren, 1574-1815)  
HUA 771, inv. 5, inv. 8, inv. 37 (Archief Fundatie van Renswoude)  
Memorie van Toelichting 6-6-1862 (SGD)  
Memorie van Toelichting 23-10-1862 (SGD)  
Onderwijsverslagen (SGD)

### Literatuur

- Akker, J. van den (2003). Curriculum perspectives: An introduction. In J. van den Akker, W. Kuiper & U. Hameyer (Eds.), *Curriculum Landscapes and Trends* (pp. 1-10). Dordrecht: Kluwer.
- Bartels, A. (1963). *Een eeuw middelbaar onderwijs 1863-1963*. Groningen: J.B. Wolters.
- Bennett, J. (1995). *The Measurers*. Oxford: Museum of the History of Science.
- Booy, E.P. de & Engel, J. (1985). *Van erfenis tot studiebeurs*. 's Gravenhage: Historische Vereniging.
- Dopper, J. (2014). *A Life of Learning in Leiden. The Mathematician Frans van Schooten (1615 1660)*. Proefschrift, Universiteit Utrecht.
- Dijksterhuis, E.J. (1943). *Simon Stevin*. 's Gravenhage: M. Nijhoff.
- Gaemers, C. (2004). *Nalatenschap als toekomst*. Zutphen: Walburg Pers.
- Goodlad, J.I. (1979). The domains of curriculum and their study. In J.I. Goodlad et al. (Eds.), *Curriculum Inquiry. The study of Curriculum Practice* (pp. 43-76). New York: McGraw-Hill.
- Hubrecht, P.F. (1880). *De onderwijswetten in Nederland en hare uitvoering. Middelbaar onderwijs, I*. 's Gravenhage: H.J. Stenberg.
- Huijbrecht, R. & Scholten, F.W.J. (1987). Holland. In E. Muller & K. Zandvliet (Red.), *Admissies als landmeter in Nederland voor 1811*. Alphen a/d Rijn: Canaletto.
- Karp, A. (2014). The history of mathematics education: Developing a research methodology. In A. Karp & G. Schubring (Eds.), *Handbook on the History of Mathematics Education*. New York: Springer.
- Krüger, J. (2010). *Lessons from the early seventeenth century for mathematics curriculum design*. *BSHM Bulletin*, 25, 144-161. DOI:10.1080/17498430903584136
- Krüger, J. (2011). *Wiskunde voor kansarme jongens in de achttiende eeuw*. *Nieuwe Wiskrant*, 31 (3), 4-10.
- Krüger, J. (2012). Mathematics education for poor orphans in the Dutch Republic, 1754-1810. In K. Bjarnadóttir, F. Furinghetti, J.M. Matos & G. Schubring (Eds.), *"Dig where you stand"* 2 (pp. 263-280). Lisbon: UIED.

- Krüger, J. & Maanen, J. van (2014). Evaluation and design of mathematics curricula: Lessons from three historical cases. In *Proceedings of CERME 8*, Antalya 2013. [www.cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/wg12\\_papers.html](http://www.cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/wg12_papers.html)
- Krüger, J. & Zwaart, P. van der (2003). *Vakdossiers 2003, Wiskunde*. Enschede: SLO.
- Kuiper, W.A.J.M. (1993). *Curriculumvernieuwing en lespraktijk*. Proefschrift, Universiteit Twente.
- Langenbach, M. (1996). Laurens Praalder. In J. Aalbers, *Utrechtse Biografieën, deel 2* (p. 139-145). Utrecht: Broese Kemink.
- Lottman, E.M.B. (1985). *Materiaal tot de geschiedenis van het ontstaan van tekenacademies en -scholen*. Zeist: Rijksdienst voor de Monumentenzorg.
- Maanen, J.A. van (1987). *Facets of seventeenth century mathematics in the Netherlands*. Proefschrift, Universiteit Utrecht.
- Miert, D. van (2005). *Illustrer onderwijs: het Amsterdamse athenaeum in de Gouden Eeuw*. Amsterdam: Bert Bakker.
- Ministerie van OCW (2003). *Ruimte laten en keuzes bieden in de tweede fase havo en vwo*. 's Gravenhage: directie Voorlichting.
- Molhuysen, P.C. (1913). *Bronnen tot de geschiedenis der Leidsche universiteit, eerste deel*. 's Gravenhage: M. Nijhoff.
- Molhuysen, P.C. (1916). *Bronnen tot de geschiedenis der Leidsche universiteit, tweede deel*. 's Gravenhage: M. Nijhoff.
- Molhuysen, P.C. (1918). *Bronnen tot de geschiedenis der Leidsche universiteit, derde deel*. 's Gravenhage: M. Nijhoff.
- Roberts, L.L. (2012). Instruments of science and citizenship: Science education for Dutch orphans during the late eighteenth century. *Science and Education*, 21, 157-177. [www.springerlink.com/content/3r7687I052041182/](http://www.springerlink.com/content/3r7687I052041182/)
- Schooten, F. van (1646). Brief aan Constantijn Huygens, nr. 4267 in *Briefwisseling van Constantijn Huygens 1609-1687*.
- Smid, H.J. (1997). *Een onbekoekte nieuwigheid? Invoering, omvang, inhoud en betekenis van het wiskundeonderwijs op de Franse en Latijnse scholen 1815-1863*. Proefschrift, Technische Universiteit Delft.
- Smid, H.J. (2008). Heuristic geometry teaching: Preparing the ground or a dead end? In E. Barbin, N. Stehlíková & C. Tzanakis (Eds.), *History and Epistemology in Mathematics Education. Proceedings of the 5<sup>th</sup> European Summer University* (pp. 755-763). Prague: Vydavatelský servis (Plzeň).
- Steyn Parvé, D.J. (1870). Overzicht van het middelbaar onderwijs bij het einde van 1869. *De Economist*, 19, 506-535.
- Steyn Parvé, D.J. (1879). Een en ander over de hogere burgerscholen. *De Economist*, 28, 392-419.

- Teeling, P.S. (1981). *Repertorium van Oud-Nederlandse landmeters, 14<sup>e</sup> tot 18<sup>e</sup> eeuw. Deel I en II*. Apeldoorn: Hoofddirectie van de Dienst van het Kadaster en de Openbare Registers.
- Vaes, F.J. (1931). *Statistiek betreffende de 1<sup>e</sup> Hoogere Burgerschool met vijf-jarigen cursus te Rotterdam*. 1865-1930. Gemeente Rotterdam. Eerste serie 1874-1878. Tweede serie 1878-1881. Derde serie 1882-1884. Vierde serie 1884-1887.
- Wall, J. van der (1760). *Redenvoering ter plegtige inwyinge van het kunsten-kweekschool*. Delft: E. van der Smout.
- Wepster, S. (2010). Ludolph van Ceulen in Hollandse kringen. *Nieuw Archief voor Wetenschap*, 5-11, 63- 69.
- Winter, P.J. van (1988). *Hoger beroepsonderwijs avant la lettre*. Amsterdam: Noord-Hollandische Uitgevers Maatschappij.
- Witkam, H.J. (1967). Jean Gillot, een Leids ingenieur. *Leids Jaarboekje*, 59, 29-54. Leiden: Sijthoff.

*Het betreffende onderzoek is een promotieonderzoek, met als promotor prof.dr. J.A. van Maanen, Flsme, Universiteit Utrecht. Financiële steun voor dit onderzoek kwam van het FI, SLO en PBT.*

