

## Noten

- [1] Treffers, A. (1987). *Three dimensions: a Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction. The Wiskobas Project*. Dordrecht: Kluwer.
- [2] Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer.
- [3] Gravemeijer, K.P.E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. (Diss.) Utrecht: Freudenthal Instituut.
- [4] Nelissen, M. H. J. (1992). *Uitleggen*. Praktijkcahiers reken-wiskundeonderwijs, red. R. de Jong en I. Verkruyssen. Gorinchem: De Ruiter.
- [5] Buijs, K. (2011). Instructie in het reken-wiskundeonderwijs – Aanzet tot een werkkader. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 30(2), 6-14.
- [6] Oonk, W. & De Goeij, E.T.J. (2006). Wiskundige attitudevorming. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs*, 25(4), 37-39.
- [7] Boswinkel N. & Schram, E. (2011). *De toekomst telt*. Enschede: SLO.
- [8] Gravemeijer, K.P.E. (red.) (2015). *Reken- en wiskundeonderwijs voor 2032 – Een reactie op het hoofdlijnenadvies*. (internetpublicatie).
- [9] CTWO (Commissie Toekomst WiskundeOnderwijs) (2007). *Rijk aan betekenis – Visie op vernieuwd wiskundeonderwijs*. Utrecht: Commissie Toekomst Wiskundeonderwijs.
- [10] Drijvers, P. H. M., Streun, A. van, & Zwaneveld, G. (2012). *Handboek wiskundedidactiek*. Amsterdam: Epsilon Uitgaven.

# HET FIZIER GERICHT OP...

## WISKUNDIGE EXPRESSIES VOOR BRAILLE-AFHANKELIJKE LEERLINGEN

Annemiek van Leendert  
Michiel Doorman

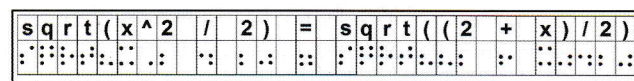


In Fizier belichten medewerkers van het Freudenthal Instituut een thema uit hun werk en slaan hiermee een brug naar de dagelijkse onderwijspraktijk. In deze aflevering schrijven Annemiek van Leendert en Michiel Doorman over wiskundeonderwijs in braille.

In het onderwijs kom je soms leerlingen tegen die voor het lezen en schrijven op braille aangewezen zijn. Voor deze braille-afhankelijke leerlingen vormt het lezen van wiskundige expressies een grote uitdaging. In de afgelopen decennia hebben onderzoekers zoals Dominique Archambault<sup>(1)</sup> zich ingespannen om wiskundige expressies op de braille-leeisregel van een computer toegankelijk te maken voor braille-afhankelijke leerlingen. Daarmee heeft de braille-afhankelijke leerling echter nog niet dezelfde mogelijkheden als een goedziende leerling. De braille-notatie is een lineaire notatie. Een braille-afhankelijke leerling leest de expressie helemaal van links naar rechts. Pas nadat de leerling de hele expressie heeft gelezen, weet hij dat het om een vergelijking van twee wortels gaat.

Reguliere notatie  $\sqrt{\frac{x^2}{2}} = \sqrt{\frac{2+x}{2}}$

Braille-notatie, zie figuur 1



figuur 1 Een wiskundige expressie in de braille-notatie

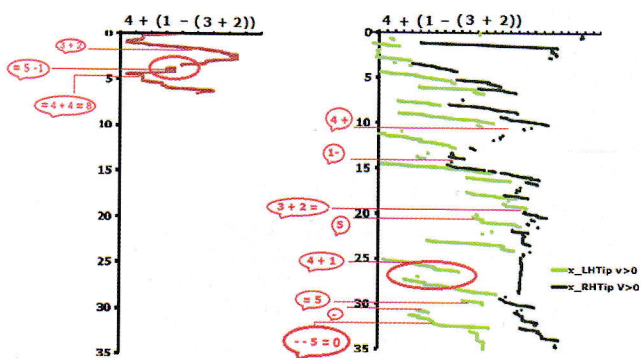
Braille-afhankelijke leerlingen moeten dus veel memoriseren en dat vraagt veel van de verwerkingscapaciteit van het kortetermijngeheugen. We zijn daarom in het

## Over de auteurs

Kees Buijs (CvTE), Sonia Palha (Hogeschool van Amsterdam), Bert Zwaneveld (Open Universiteit) zijn lid van de werkgroep *Wiskunde voor Morgen*  
E-mailadressen: [kbuys@dds.nl](mailto:kbuys@dds.nl), [s.abrantes.garcez.palha@hva.nl](mailto:s.abrantes.garcez.palha@hva.nl) en [G.Zwaneveld@uu.nl](mailto:G.Zwaneveld@uu.nl)



promotieonderzoek op zoek naar methoden om braille-afhankelijke leerlingen te ondersteunen bij het sneller doorgronden van een expressie. Een eerste vraag die daarbij opkwam is: hoe doen goedzienden dat eigenlijk? Waar gaat onze eerste aandacht naar uit en hoe vaak wisselen we tussen lokale en globale kenmerken als we een expressie bekijken? Onze hypothese is dat inzicht in hoe goedziende leerlingen wiskundige expressies lezen en begrijpen, kan helpen bij het vinden van methoden voor het ondersteunen van braille-afhankelijke leerlingen. In een exploratief onderzoek hebben we de oog- en vingerbewegingen die goedziende respectievelijk braille-afhankelijke leerlingen maken bij het lezen en begrijpen van algebraïsche expressies onderzocht en met elkaar vergeleken. Aan dit onderzoek deden zes goedziende en vier braille-afhankelijke leerlingen mee. De oogbewegingen werden met behulp van een *eye tracker* en de vingerbewegingen met behulp van een *finger tracker* geregistreerd.



figuur 2

Links: oogbeweging van een goedziende leerling  
 Rechts: bewegingen van de linker- en rechterwijsvinger van een braille-afhankelijke leerling

De data die we zo verzamelden kunnen in een grafiek gezet worden om een beeld te krijgen van het kijk- en tastgedrag. We geven bij het tastgedrag alleen de beweging van links naar rechts weer, omdat de beweging van rechts naar links slechts een verplaatsing is. De braille-afhankelijke leerling leest namelijk niet van rechts naar links. In figuur 2 zijn de resultaten van een goedziende en een braille-afhankelijke leerling te zien. De opdracht was: 'Bereken  $4 + (1 - (3 + 2))$ '. Op de x-as wordt de expressie weergegeven, op de y-as de tijd die nodig is om de berekening uit te voeren. In de tekstballonnetjes staat wat de leerling uitspreekt.

De goedziende leerling begint na ongeveer één seconde te spreken. Hij leest de expressie van links naar rechts en dan terug van rechts naar links. Hij fixeert ongeveer een halve seconde op het cijfer '1' (rode cirkel). Terwijl hij de expressie van rechts naar links scant, berekent hij '5 - 1' in plaats van '1 - 5'. Hij voert de berekening (fout) uit in

zeven seconden. Bij de andere goedziende leerlingen zien we op die plek een extra knik naar rechts als de leerling vervolgens '1 - 5' zegt.

De braille-afhankelijke leerling scant in de eerste drie seconden met haar linker wijsvinger '4 + ', daarna verkent zij de rest van de expressie. Dan begint zij weer opnieuw en zegt, na elf seconden: '4 + '. Ze negeert het haakje voor het cijfer '1', ze zegt namelijk '4 + 1', en controleert of dat toegestaan is. Haar linker wijsvinger beweegt naar links om dat deel van de expressie opnieuw te scannen (rode cirkel). Gedurende deze periode houdt ze haar rechter wijsvinger op het einde van de expressie. Ze voert de berekening uit in ongeveer 32 seconden.

In dit voorbeeld is te zien dat de braille-afhankelijke leerling veel meer tijd en 'heen en weer' bewegingen nodig heeft. De haakjes, ook de overbodige buitenste haakjes, lijken het kijkgedrag van de goedziende leerling te sturen. De braille-afhankelijke leerling lijkt deze buitenste haakjes te negeren. Als de kijkrichting van rechts naar links gaat, maakt de goedziende leerling een fout ('5 - 1').

Uit deze studie blijkt dat braille-afhankelijke leerlingen veel meer tijd nodig hebben en (delen van) de expressie veel vaker scannen dan goedziende leerlingen.

Goedziende leerlingen overzien snel de structuur en gebruiken die ook. We willen in een vervolgonderzoek bekijken hoe we die structuur ook voor braille-afhankelijke leerlingen eerder in beeld kunnen brengen, tastbaar kunnen maken. Als u wiskunde geeft aan een braille-afhankelijke leerling en u of uw leerling interesse heeft in dit onderzoek, kunt u contact opnemen met de auteurs.

## Noot

- [1] Archambault, D. (2009). Non visual access to mathematical contents: State of the art and prospective. In *Proceedings of the WEIMS Conference* (pp. 43-52).

## Over de auteurs

Annemiek van Leendert is werkzaam bij de ambulante onderwijskundige begeleiding van Koninklijke Visio Onderwijs. Ze zet zich in voor het wiskundeonderwijs voor leerlingen met een visuele beperking. Ze doet promotieonderzoek bij het Freudenthal Instituut, Universiteit van Utrecht (promotor Paul Drijvers, copromotor Michiel Doorman) en het Erasmus MC (promotor Hans van der Steen, copromotor Johan Pel). E-mailadres: [A.J.M.vanLeendert@uu.nl](mailto:A.J.M.vanLeendert@uu.nl). Michiel Doorman is universitair hoofddocent aan het Freudenthal Instituut. Bovendien is hij lid van het bestuur van de NVvW. E-mailadres: [M.Doorman@uu.nl](mailto:M.Doorman@uu.nl)