

De derde wet

| Solicited Comments

Dynamisch modelleren: inzichtelijk computergebruik

In het maartnummer van NAW reageerden Bezembinder en Hulshof op mijn artikel over dynamisch modelleren waarin ik betoogde dat:

- het modelleren van dynamische verschijnselen aandacht verdient in het voortgezet onderwijs, zowel vanuit wiskundig als vanuit natuurwetenschappelijk perspectief;
- de relatie tussen model en werkelijkheid daarbij een belangrijk aandachtspunt moet zijn, omdat inzicht in de gemaakte aannames en keuzen nodig is om modelvoorspellingen te interpreteren en op hun waarde te toetsen;
- numerieke oplosmethoden voor leerlingen een krachtig hulpmiddel bieden om het gedrag van een systeem te onderzoeken en dat zulke methoden inzichtelijk te gebruiken zijn voorafgaand aan, en als aanloop naar, de analytische behandeling van de differentiaalrekening.

De bezwaren van Bezembinder berusten kortweg op guilt by association: zijn zoonje speelt het computerspel Lineage II en het gesprek daarover stukt als de zoon hem probeert uit te leggen dat King Midas een sorcerer is die elementals kan summonen; ergo, ook bij ict-toepassingen in het wiskundeonderwijs klikken leerlingen op onbegrepen objecten waarover je geen gesprek met ze kunt voeren. Ik ben het zonder meer met Bezembinder eens dat het onbegrepen handelingen met onbegrepen objecten ongewenst zijn en dat juist het gesprek over de eigenschappen van die objecten moet bijdragen tot inzicht. De vraag is dus of, voor een NT-leerling in 5 vwo, het gebruik van bijvoorbeeld Excel om een eenvoudig epidemiemodel voor een groot aantal stappen door te rekenen beroep doet op onbegrepen handelingen of objecten. De basisfuncties in een spreadsheet, maar ook in bijvoorbeeld de tekst-modelleeromgeving van Coach (BASIC-syntax) zijn, met een goede uitleg, mijns inziens tamelijk transparant. Grafische modelleertools scoren in dit opzicht inderdaad slechter, maar dergelijke tools zijn wel weer heel geschikt om, nadat de leerling de beginselen van de numerieke integratie onder de knie heeft gekregen, de structuur van een complexer model bespreekbaar te maken.

Hulshof noemt allerlei punten van kritiek (op zijn homepage noemt hij er nog veel meer). Veel van zijn opmerkingen betreffen onnauwkeurigheden in de terminologie en onderscheidingen die onderbelicht blijven. In zijn eigen woorden: 'Savelsbergh [gooit] zo'n beetje alles waar ik onderscheid tussen zou willen maken op een grote hoop, bij voorkeur zonder er ook maar een woord aan vuil te maken'. Soms begrijp ik zijn kritiek en kan ik er wat mee, in andere gevallen lijkt Hulshof vooral een onwelwillende lezer die een artikel voor wiskundigen beoordeelt als ware het een leerlingtekst. Hij schrijft bijvoorbeeld: 'hoe bestaat het dat je een niet-lineaire differentiaalvergelijking uit de lucht laat vallen bij een populatieverhaal nadat de lineaire versie onvermeld is gebleven bij radioactief verval?' Ik heb inderdaad geen differentiaalvergelijking opgenomen bij het onderwerp radioactief verval. In de tekst is echter wel sprake van het onderzoeken van het limietgedrag voor $t \rightarrow 0$ en van een analytische oplossing. Hulshof noemt vervolgens het verschil tussen kans en verwachte waarde en kans dat ik zou negeren en constateert dat 'alle modellen [...] opeens deterministisch [zijn] als er gesimuleerd wordt'. In mijn tekst staat bij de ontwikkeling van een epidemiemodel: 'de voorgaande beschrijving benadrukt de lotgevallen van individuen en het vraagt een vertaalslag om van daar uit te komen tot het aantal genezingen of besmettingen per tijdseenheid'. Natuurlijk valt daar meer over te zeggen, en dat zal in het onderwijs ook moeten gebeuren. De gepresenteerde contexten bieden daar zeker aanleiding

In deze rubriek worden lezers door de redactie uitgenodigd te reageren op recent in dit blad verschenen artikelen.

*Redacteur: Ferdinand Verhulst
e-mail: f.verhulst@uu.nl*

toe.

Ik verwacht echter niet dat toelichtingen en detailaanpassingen Hulshof veel milder zullen stemmen: uiteindelijk vreest hij, net als Bezembinder, de computer die in algemene zin het inzicht in de weg zal staan. Vanwaar die angst? Het is zonder meer waar dat er veel lelijks gebeurt met computers in het (wiskunde)onderwijs, maar de computer biedt ook nieuwe mogelijkheden om voorheen onoplosbare vraagstukken op te lossen en vruchtbare dwarsverbanden te leggen met bijvoorbeeld natuurwetenschappelijke toepassingen. Goed computergebruik biedt bovendien kansen voor nieuwe wiskundige vragen, zoals: hoe kun je zeker weten of de gevonden numerieke oplossing de enig mogelijke is? De kunst is die kansen in het onderwijs te benutten.

Elwin Savelsbergh

Hoe goed is de Nederlandse wiskunde?

Een legitieme vraag, een delicate ook, en niet een die eenvoudig te beantwoorden is. Voor alle duidelijkheid: ik doel op de kwaliteit van het wiskundig onderzoek en niet op die van de opleiding. Bovendien zou ik de vraag nog willen preciseren als: hoe ziet het Nederlands wiskundige landschap er uit? Zijn er toppen en zo ja, waar? Wat volgt is niet de doorwrochte verhandeling die deze vraagstelling verdient, maar wel een vermelding van enkele feiten die bij de beantwoording hiervan een rol zouden moeten spelen.

Mijn aanleiding is de constatering dat deze zomer tijdens het vijfde Europees Mathematisch Congres geen van de tien prijzen voor jonge Europese Wiskundigen een landgenoot ten deel viel. In het (recente) verleden was dat niet beter, want sedert zijn instelling in 1992 zijn er vijftig van zulke prijzen uitgereikt, waarvan slechts een aan een Nederlander (Johan de Jong). Niettemin suggereren documenten die ik in de loop der jaren onder ogen heb gehad dat wij het internationaal goed doen en dat als het ergens aan schort, dan vooral aan het aantal beoefenaren, en niet aan hun kwaliteiten.

Het is goed mogelijk dat daarin een belangrijk deel van de verklaring schuilt. Laten we daarom het tijdsinterval vergroten naar een halve eeuw (vanaf 1954, om precies te zijn), waardoor het genoemde probleem enigszins geëlimineerd wordt (de klacht van het kleine aantal dateert immers van veel later). Bovendien komt er dan een indicator voorhanden die voor kortere perioden vermoedelijk minder betekenis heeft, namelijk het aantal voordrachten op uitnodiging voor een International Congress of Mathematicians. Ter herinnering: dat zijn in de regel voordrachten van 45 minuten in een zogenaamde Sectie (voorbeelden daarvan zijn Number Theory en Probability and Statistics) of plenaire voordrachten van een uur. Genoemd congres vindt eens in de vier jaar plaats. Het aantal voordrachten binnen een Sectie varieert, maar is gemiddeld ongeveer acht, dus de competitie hiervoor is zwaar. Voor een enkel persoon is daarom een uitnodiging voor zo'n voordracht veelzeggend, maar het is ook duidelijk dat daarmee niet alle kwaliteit gedetecteerd wordt. Dat wordt anders als we niet zozeer letten op personen als wel op de vakgebieden die zij vertegenwoordigen en tegelijk een langere periode in beschouwing nemen; uitgangspunt hierbij is dat een voldoende massa aan kwaliteit een of meerdere toppen heeft, en dat die zich dus uiteindelijk op deze wijze zal manifesteren.

Nu is de indeling in Secties in de loop van dit tijdvak veranderd. Sommige Secties zijn tussentijds in het leven geroepen, zoals Mathematical Aspects of Computer Science, dat (na een kortstondig onderdak bij Discrete Mathematics) in 1986 werd ingevoerd, en andere

werden gespleten, wat bijvoorbeeld History of Mathematics and Education overkwam. Dit heb ik geprobeerd te ondervangen door mij te bedienen van het gelegenheidsbegrip Rubriek, wat een tijdsafhankelijke cluster van een of meer Secties beoogt te zijn. Het toekennen van een Rubriek aan een Sectie is niet altijd eenduidig, maar ik hoop toch een redelijke indeling voor het beschouwde tijdvak te hebben gemaakt.

In onderstaande tabel geeft het getal vóór iedere Rubriek aan met hoeveel Secties dat in 2010 zal corresponderen (dat geeft daarmee een ruw idee van de grootte) en daarachter staat in welk jaar wiskundigen die in ons land hun graad behaalden daarin een voordracht hielden. Een asterisk beduidt dat het iemand was die zich naderhand in het buitenland gevestigd heeft en (p) dat het een plenaire voordracht betrof. (Een groot deel van de hier gebruikte gegevens is ontleend aan de webpagina's onder <http://www.mathunion.org/o/ICM/Speakers/Search.php>.)

Opvallend is de hoge score van Discrete Mathematics and Combinatorics als ook die van de in ons land kleine groepen History of Mathematics and Education en Control Theory and Optimization. Verder zijn Algebra and Lie theory, Number Theory, Algebraic Geometry goed en is de grote Rubriek Analysis redelijk vertegenwoordigd. Anderzijds valt op dat we sedert 1970 afwezig zijn in Geometry and Topology en over de hele periode met maar met één spreker in Analysis (applied) (in 1958 sprak Van Wijngaarden), Probability and Statistics (de plenaire voordracht in 1954 werd gegeven door Van Dantzig) en Mathematical Logic, Foundations and Mathematical aspects of Computer Science (de in het buitenland gevestigde spreker was Van den Dries). Ook al is de uitkomst gevoelig voor de wijze van rubricering (zo is het wellicht verdedigbaar Control Theory and Optimization bij Analysis (applied) onder te brengen), het lijkt er toch op dat het relief van ons wiskundelandschap minder uniform is dan menigeen denkt. Verder zou men kunnen vinden dat het Nederlandse aandeel van 27 op de ongeveer 2000 ICM-voordrachten die in de beschouwde periode gegeven zijn niet bijzonder groot is.

Eduard Looijenga

# secties in 1 rubriek	Rubriek	Jaar van voordracht
(2)	Algebra and Lie theory	1978, 2006, 2006
(1)	Number theory	1978, 1986(p)
(1)	Algebraic geometry	1978, 1990, 1998
(2)	Geometry and Topology	1954, 1958*, 1970
(5)	Analysis	1974, 1986, 1998
(2)	Analysis (applied)	1958
(1)	Probability and Statistics	1954(p)
(1)	Discrete Mathematics and Combinatorics	1983, 1986, 2002, 2006
(2)	Math. Logic, Foundations and Math. Asp. of Computer Science	1990*
(1)	Control Theory and Optimization	1998, 2006
(2)	History of Mathematics and Education	1983, 1986, 1994, 2006