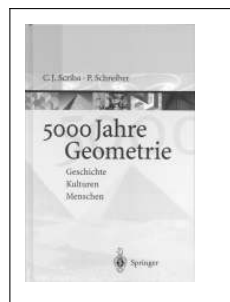


# Boekbesprekingen

| Book Reviews

Alle in de vijfde serie van het NAW verschenen boekbesprekingen zijn te vinden op onderstaande webpagina. Tevens staat daar een lijst met ter recensie aangeboden congresverslagen en eventueel andere boeken. Indien u er prijs op stelt een van deze verslagen te bespreken, meld dit dan binnen een maand na verschijnen van dit nummer (bij voorkeur per e-mail) op onderstaand adres.

Eindredactie: Jaap Top  
 Redactieadres: Boekbesprekingen WG  
 Instituut voor wiskunde en informatica  
 Postbus 800, 9700 AV Groningen  
 Webpagina: <http://www.math.rug.nl/revwg/>  
 E-mail: [revwg@math.rug.nl](mailto:revwg@math.rug.nl)



C.J. Scriba en P. Schreiber  
**5000 Jahre Geometrie: Geschichte, Kulturen, Menschen**

Berlijn: Springer-Verlag, 2001  
 596 p., prijs DM 69,-  
 ISBN 3-540-67924-3

De twee schrijvers presenteren in dit boek een aantrekkelijk overzicht van meetkunde van het oude Egypte tot en met de twintigste eeuw. Het boek is voor een tamelijk breed publiek bedoeld, en de auteurs vatten het begrip meetkunde ruim op. Zij besteden speciale aandacht aan 'onbewuste wiskunde', die niet in boeken is beschreven maar wel te zien is in kunstwerken.

Het gedeelte tot en met de middeleeuwen wordt grotendeels behandeld door de eerste auteur, emeritus-hoogleraar geschiedenis van de wiskunde te Hamburg. De nadruk ligt hierbij op praktische toepassingen en ook op cultuurgebieden die vaak niet met meetkunde worden geassocieerd, zoals Rome, China, India en Japan. Dit gedeelte van het boek is kennelijk niet bedoeld als compleet overzicht; zo wordt de herkomst van de verdeling van de cirkel in 360 graden niet uitgelegd, en ook de bepaling van de oppervlakte van de bol door Archimedes komt merkwaardigerwijze niet aan de orde. In een intermezzo van de hand van de tweede auteur wordt Euclides als held en pionier opgevoerd, hoewel vaststaat dat hij in de Elementen qua inhoud en vorm veel aan eerdere wiskundigen heeft ontleend.

In de tweede helft van het boek geeft de tweede auteur, hoogleraar meetkunde en grondslagen van de wiskunde, een met veel inzicht geschreven overzicht van de geschiedenis van de meetkunde van 1450 tot en met de twintigste eeuw. In een recensie van deze omvang kunnen we uiteraard maar enkele voorbeelden bespreken. Schreiber heeft een speciale interesse voor de relatie tussen wiskunde en kunst in de Renaissance, en hij heeft zijn betoog met prachtige platen geïllustreerd. Over dit grensgebied met onbewuste wiskunde is nog veel te ontdekken, Schreiber noemt onder andere op bladzijde 269 het 'wetenschapshistorische wonder' van de afbeelding van een niet-convex regelmatig icosaeëder op de vloer van de San-Marco kathedraal te Venetië. Als voorbeeld van de vele interessante visies van Schreiber noemen we hier zijn beschrijving van de ontwikkeling van de niet-Euclidische meetkunde tussen 1790 en 1900. Aan het eind van de achttiende eeuw worstelden diverse wiskundigen met het parallellenpostulaat, en op de pagina's 343–345 verbindt Schreiber het 'psychische lijden' van de diverse betrokkenen met het nieuwe dat aan het licht wil komen, namelijk een totaal nieuwe opvatting van wiskunde. Schreiber verbindt de ontdekking van modellen van de niet-Euclidische (hyperbolische) meetkunde door Beltrami (1868), Klein (1871) en Poincaré (1881) met de ontwikkeling van de wiskunde van een quasi-natuurwetenschap in de 18e eeuw tot een wetenschap van formele structuren in het begin van de 20e eeuw. Omstreeks 1880 was deze ontwikkeling nog niet afgesloten, en de modellen konden toen daarom nog niet als *model* in de moderne zin worden geïnterpreteerd maar alleen als *Versinnlichung* (pagina 401), dat wil zeggen in termen van hun mogelijke geldigheid in de fysieke ruimte. Vandaar de — voor een modern gevoel overdreven — aandacht voor trigonometrische formules en hun geldigheid.

Het is ondoenlijk de geschiedenis van de wiskunde van de twintigste eeuw te beschrijven zonder in technische kwesties te verzeilen die voor een breed publiek ontoegankelijk zijn. Schreiber lost dit dilemma op door de nadruk te leggen op de relaties van de meetkunde met andere gebieden: natuurwetenschappen, techniek, informatica en kunst. Abstracte wiskunde is volgens Schreiber tegenwoordig niet meer hoofdzaak. Hij schrijft: "Es ist jedoch unübersehbar, dass diejenigen Richtungen, die relativ arm an Algorithmen sind, vielmehr die Feststellung von oft tief liegenden Sachverhalten zum Gegenstand hatten, heute ihre Hochkonjunktur hinter sich haben."

In het gedeelte over meetkunde en kunst komt uiteraard Maurits Escher aan de orde. Deze was op de middelbare school middelmatig in wiskunde, en Schreiber concludeert "Dies zeigt nur, dass üblicher Mathematikunterricht wenig geeignet ist, Ausnahmebegabungen zu entdecken und zu fördern, und dass die landläufige Vorstellung von sogar vieler Mathematiker von dem, was Mathematik ist, dringend einer Korrektur hinsichtlich dessen bedarf, was schon in der Einleitung dieses Buches als 'unbewusste Mathematik' ausgesprochen wurde." Schreiber merkt op dat diverse prenten van Escher tegenwoordig net zo bekend zijn als de Mona Lisa, en dat hierdoor brede lagen van de maatschappij met een soort wiskunde in contact komen die zij helaas op school niet hebben gehad.

Het boek eindigt met een hoofdstuk over het belang van spelen in het wiskundeonderwijs, en met een oproep aan de lezer om zelf leuke dingen in de aanschouwelijke meetkunde te ontdekken. Het boek biedt hiertoe ruimschoots aanleiding in de opgaven aan het eind van de hoofdstukken en ook in de prachtige platen. Uw recensent vond het archimedische veelvlak, dat volgens Schreiber op blz. 443–444 in 1930 door Miller ontdekt is, op het schilderij uit 1495 dat op blz. 257 is gereproduceerd.

Dit rijke en inspirerende boek is interessant voor wiskundigen, wiskundeleraren, wiskundestudenten, en anderen met minimaal 1 à 2 jaar wiskunde na VWO-niveau en een goede leesvaardigheid in het Duits.

*J. Hogendijk*

D. Haskell, A. Pillay and C. Steinhorn (eds.)

**Model theory, algebra and geometry**

Cambridge: Cambridge University Press, 2000

227 p., prijs £30

ISBN 0-521-78068-3

Abstracte modeltheorie zit in de lift. Dat ligt zeker aan het feit dat schijnbaar exotische constructen als stabiliteitstheorie plotseling toepassingen hebben gekregen in de arithmetische meetkunde: zie Hrushovski's bewijs van de vermoedens van Mordell-Lang en Manin-Mumford. Wie het eerste bewijs wil leren kennen kan terecht bij *Model theory and algebraic geometry. An introduction to E. Hrushovski's proof of the geometric Mordell-Lang conjecture* (Springer Lecture Notes in Mathematics nr. 1696, E. Bouscaren (ed.)) — waarin echter het artikel van Zilber misschien net iets te steil gaat.

Het werk dat hier besproken wordt is tevens een overzichtsvolume over de modeltheorie van velden, maar heeft een iets breder objectief: het bevat ook inleidingen tot o-minimaliteit, Manin-Mumford, subanalytische meetkunde en lokale zeta-functies. De auteurs (D. Marker, L. van den Dries, Z. Chatzidakis, D. MacPherson, B. Hart, E. Bierstone, P. Milman, J. Denef en B. Mazur)

zijn stuk voor stuk experts, maar trappen toch niet in de val van het technisch schrijven. Het is een plezier voor de lezer te zien hoe elk van hen zijn best doet zoveel mogelijk voorbeelden aan te halen die de (algebraïsch) meetkundige aanspreken.

Dit uitstekend uitgegeven volume lijkt de ideale inleiding tot dit relatief nieuwe gebied.

*G. Cornelissen*

K. Rubin

**Euler systems**

(*Annals of Mathematics Studies*; 147)

Princeton: Princeton University Press, 2000

227 p., prijs \$ 24.95

ISBN 0-691-05076-7

De theorie van Eulersystemen vindt zijn oorsprong in werk van Thaine en van Kolyvagin. Gedoeld wordt op een techniek van Thaine om klassengroepen van reële abelse uitbreidingen van  $\mathbf{Q}$  te begrenzen en op werk van Kolyvagin dat resulteert in het begrenzen van Selmergroepen van elliptische krommen. De ideeën hierachter hebben geleid tot de introductie van abstracte Eulersystemen voor  $p$ -adische representaties zoals deze in dit boek worden behandeld. Om de hoofdlijnen te schetsen is het nodig iets meer in detail te treden.

Stel  $K$  is een getallenlichaam,  $G_K$  de absolute Galoisgroep van  $K$  en  $T$  een  $p$ -adische representatie van  $G_K$  (dat wil zeggen een vrij  $\mathbf{Z}_p$ -moduul met continue  $G_K$ -actie). Een Eulersysteem voor  $T$  is een verzameling cohomologieklassen  $c_F \in H^1(G_F, T)$ , geïndexeerd door een collectie abelse uitbreidingen  $F$  van  $K$ , die aan bepaalde compatibiliteitsvoorwaarden voldoet. Zij  $W = T \otimes (\mathbf{Q}_p/\mathbf{Z}_p)$  en definieer, voor een eindige verzameling  $\Sigma$  van plaatsen van  $K$ , de Selmergroep  $S_\Sigma(K, W) \subset H^1(G_F, W)$  als de verzameling klassen die lokaal triviaal zijn bij de plaatsen in  $\Sigma$  en die bij de overige plaatsen een regulariteitsconditie vervullen. De hoofdstelling van dit boek geeft een afschatting van de ordes van bepaalde Selmergroepen (en dus tegelijk een eindigheidsstelling). Dit laatste zowel over  $K$  als over bepaalde  $\mathbf{Z}_p^d$ -uitbreidingen  $K_\infty$  van  $K$ .

De definitie van een Eulersysteem en de bovenstaande stellingen worden behandeld in het tweede hoofdstuk, het eerste is gewijd aan de nodige voorkennis betreffende de cohomologie van  $p$ -adische Galoisrepresentaties. In het derde hoofdstuk volgen enige belangrijke toepassingen van de stellingen uit hoofdstuk 2. Daarbij gaat het onder andere om de grenzen van Mazur-Wiles voor de ordes van de klassengroepen van cyclische uitbreidingen van  $\mathbf{Q}$  en om werk van Kato met betrekking tot Shafarevich-Tate groepen van elliptische krommen.

In de hoofdstukken 4–7 komen de bewijzen van de resultaten uit hoofdstuk 2 aan de orde. In hoofdstuk 8 vinden we een overzicht van werk (en vermoedens) van Perrin-Riou over de relatie tussen Eulersystemen en  $p$ -adische  $L$ -functies. In het laatste hoofdstuk worden enige varianten op de theorie belicht. Ten slotte volgen vier appendices met benodigde voorkennis die in de hoofdtekst niet thuishoorde.

Samenvattend vind ik dat dit boek een zeer aangename en complete behandeling geeft van de theorie van Eulersystemen. Als zodanig is het warm aan te bevelen aan elke onderzoeker, vanaf het niveau van promovendus, die zich in dit onderwerp wil verdiepen.

*R. Noot*