

R.W.J. Meester

Faculteit der Exacte Wetenschappen, Divisie Wiskunde

Vrije Universiteit Amsterdam, De Boelelaan 1081, 1081 HV Amsterdam

Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht, Budapestlaan 6, 3584 CD Utrecht

rmeester@cs.vu.nl, meester@math.uu.nl

## Inaugurale rede

# Zin en onzin van de waar

Op 24 maart 2000 sprak Ronald Meester zijn oratie uit bij de aanvaarding van het ambt van hoogleraar in de waarschijnlijkheidsrekening aan de Vrije Universiteit. Hier volgt zijn oratie: ‘100% kans — de zin en onzin van de waarschijnlijkheidsrekening’.

Vandaag wil ik u iets gaan vertellen over de zin van de waarschijnlijkheidsrekening, of kansrekening zoals ik het meestal zal noemen. Dit zal uiteraard een persoonlijke visie zijn. Wat kun je met kansrekening, en net zo belangrijk, wat niet? Kansrekening leent zich bij uitstek voor verkeerde interpretaties en intimiderende uitspraken. Ik zal hier relatief veel voorbeelden van geven, want om kansrekening zinvol te maken is het van groot belang dat conclusies uit kantheoretische modellen niet misbruikt worden. Mijn verhaal is geen beschrijving van de state of the art van de kansrekening. Ik spreek bovendien voor een breed publiek, en daarom zal ik niet ingaan op abstracte wiskundige aspecten die toch een heel belangrijke rol spelen in mijn werk. Wel wil ik een poging doen om aan te geven dat zelfs voor een beoefenaar van de wiskunde, de meest abstracte wetenschap die er is, levensbeschouwelijke aspecten een rol kunnen spelen bij de uitoefening van dat vak.

Kansrekening spreekt tot de verbeelding. We spreken dagelijks over kansen. De kans dat het morgen regent, de kans dat een vliegtuig verongelukt, de kans om een prijs te winnen

in een loterij, of de kans op de onverwachte ontmoeting die net plaatsvond. De kansrekening als wiskundige discipline vindt zijn oorsprong in de al even tot de verbeelding sprekende wereld van de gokspelen. Gokspelen zijn door de eeuwen heen meestal met gemengde gevoelens bekeken. In de Koran bijvoorbeeld, wordt het spelen van een kansspel in één adem genoemd met het drinken van wijn. Letterlijk vinden we in Sura 2, vers 220: “Zij vragen u omtrent wijn en kansspel. Zeg hun: In beide is groot nadeel en ook enig voordeel voor de mensen, maar het nadeel is groter dan het voordeel.” In Sura 5, vers 91 lezen we verder: “O gij die gelooft, wijn en het kansspel en afgoden en toverpijlen zijn niet anders dan gruwelen, door Satan gewrocht. Vermijdt ze dus, opdat gij voorspoedig moogt zijn.”

In 1660 verscheen de eerste wetenschappelijke tekst in het Nederlands, geschreven door Christiaan Huygens [8]. Huygens was een buitengewoon briljant wetenschapper, onder meer bekend van het principe van Huygens en de ontdekking van de ringen van Saturnus. Zijn traktaat heette *Van Rekeningh in Spelen van Geluck*. In dit werk legt Huygens uit hoe je de inzet eerlijk kunt verdelen als je tijdens een gokspel moet ophouden.

Kansrekening werd rond diezelfde tijd ook belangrijk vanuit een geheel ander gezichtspunt, namelijk dat van verzekeringen. De vraagstelling ligt hier voor de hand: hoe hoog moet de premie zijn? Hierbij spelen kansen

uiteraard een voorname rol.

Er is een belangrijk verschil tussen die twee vroege inspirators van de kansrekening, gokspelletjes en verzekeringen. Bij een gokspel kunnen we, simpel door alle mogelijkheden na te gaan, op een eenvoudige manier uitrekenen wat de kans op elk van die mogelijkheden zou moeten zijn. Dit is dan in zekere zin te controleren door het spel vaak achter elkaar te spelen. Iedereen zal de kans op een 3 bij het werpen van een dobbelsteen op  $1/6$  willen stellen. Als we nu vaak gooien dan blijkt inderdaad de fractie drieën in de buurt van  $1/6$  te liggen. Ons intuïtief begrip van een kans is dus gebaseerd op herhaling. Een kans op een bepaalde gebeurtenis is simpelweg de frequentie waarmee de gebeurtenis optreedt. Bij laten we zeggen een levensverzekering ligt dat heel anders. Iemand kan, althans vanuit het voor ons relevante gezichtspunt, slechts één keer leven, en we kunnen niet door experimenteren, of door het nagaan van alle mogelijkheden, bepalen wat de kans is dat iemand zo of zolang leeft. Wat betekent een kans dan in dit verband? Dat is geen eenvoudige vraag en wellicht meer het terrein van de filosofie dan van de wiskunde. Gezien de zaken die later nog ter sprake komen ben ik toch genoodzaakt er één opmerking over te maken. In dit soort situaties zou je de kans op een bepaalde levensduur kunnen bepalen door te kijken naar wat er met andere mensen in soortgelijke omstandigheden is gebeurd in het verleden. Opnieuw het principe van her-



Ronald Meester

# schijnlijkhheidsrekening

haling dus, zij het in een iets gewijzigde vorm. Als bijvoorbeeld uit de statistieken blijkt dat de afgelopen jaren 50% van de zware rokers van 60 jaar voor hun 70ste stierven, dan zou je de kans dat een huidige rokende man van 60 de 70 haalt op 50% kunnen stellen. Hier is op zich weinig mis mee, en het lijkt nog te werken ook. Deze benadering zegt echter weinig of niets over de overlevingskansen van een specifiek individu.

## Model en werkelijkheid

Welke rol speelt kansrekening in onze huidige maatschappij? Mensen maken kanstheoretische modellen die een bepaald aspect van de werkelijkheid zouden moeten beschrijven. Gemeenschappelijk kenmerk van die aspecten is dat er onzekerheid in het spel is. Berekeningen en resultaten in zo'n model geven dan hopelijk informatie die relevant is voor de realiteit. Of dat inderdaad het geval is, moet telkens weer de ervaring leren. Ik zeg dit laatste met nadruk. Een conclusie uit een model die niet op de één of andere manier toetsbaar is, heeft weinig betekenis. Daar kom ik op terug.

Laat ik echter eerst wat voorbeelden geven van het gebruik van kanstheoretische modellen. Magnetisatieverschijnselen in de fysica worden beschreven door een simpel, maar zeer rijk kanstheoretisch model, het Ising model. Vliegtuigen worden bewust overboekt met een percentage dat berekend wordt met kansmodellen. Als de varkenspest uitbreekt

wordt er met een kanstheoretisch model bekeken of de ziekte wellicht epidemische vormen aan zal nemen. De prijs van een optie wordt bepaald door middel van een geavanceerd kanstheoretisch model dat onzekerheden in de toekomst beschrijft. De afstand tussen bomen in een boomgaard wordt zodanig vastgesteld, dat de kans op een epidemie bij het uitbreken van een besmettelijke ziekte klein is. De hoogte van de dijken in ons land wordt vastgesteld aan de hand van een kanstheoretisch model waarin de kans op een overstroming bij een bepaalde dijkhoogte en binnen een bepaalde tijd berekend wordt. En zo zijn er nog veel meer voorbeelden te geven.

Je moet echter heel voorzichtig zijn met de conclusies die je trekt uit berekeningen in zo'n model. Ik zal nu met twee recente voorbeelden illustreren hoe het fout kan gaan. Het eerste voorbeeld gaat over het ontstaan van het leven op aarde, het verleden dus. Het tweede voorbeeld gaat over de toekomst van het leven op aarde.

## Buitenaards leven

In 1998 verscheen een boek van Amir Aczel met de titel *100% kans* en met ondertitel *waarom het zeker is dat buitenaards leven bestaat* [1]. Als kansrekenaar trok deze titel uiteraard mijn aandacht, in dit geval niet in het minst doordat de auteur enige internationale bekendheid geniet met een boekje over de laatste stelling van Fermat, een begrip binnen de wiskunde. Op de achterflap van het

boek *100% kans* is het volgende te lezen. "Met behulp van geavanceerde wiskundige kennis toont hij aan dat we niet de enige levende wezens in het heelal zijn. Wat velen onder ons intuïtief allang wisten wordt nu bewezen op grond van een briljante combinatie van feitelijke informatie en kansberekening." Sjonge, dacht ik, de mogelijkheden van de kansrekening reiken nog verder dan ik dacht. Hoewel er vele bladzijden aan besteed wordt, kan ik de argumentatie voor de claims op de achterflap in enkele zinnen uitleggen. Deze argumentatie wil ik u niet onthouden. Ze gaat ongeveer als volgt.

Om te beginnen, zo zegt Aczel, zijn er heel erg veel planeten die in zeker opzicht op de aarde lijken, en waarvan we kunnen aannemen dat er leven op zou kunnen ontstaan. Vervolgens neemt hij aan dat de kans dat op zo'n planeet leven ontstaat klein is, en hij kwantificeert dat zelfs met de aanname dat deze kans  $5 \cdot 10^{-14}$  zou zijn. Dat is een vreselijk klein getal, namelijk 0,00000000000005. Hoe hij aan dat getal komt is niet belangrijk voor mijn betoog. Vervolgens neemt hij aan dat het ontstaan van leven op de ene planeet niets zegt over het ontstaan op een andere, met andere woorden, hij veronderstelt dat deze gebeurtenissen onafhankelijk zijn. Met behulp van deze aannames kan hij dan zijn 'bewijs' gaan leveren.

Voor ik u dat schets, stel ik voor dat we eerst met zijn allen een rad van fortuin in gedachten nemen, met vakjes genummerd van

1 tot en met 100. We nemen vervolgens één nummer in gedachten en geven een draai aan het rad. De kans dat de wijzer bij het door ons gekozen nummer blijft steken is natuurlijk heel klein, namelijk  $1/100$ . De uitkomst van de tweede draai hangt op geen enkele manier af van de uitkomst van de eerste. De draaien zijn onafhankelijk van elkaar. Ook bij de tweede draai is de succeskans weer  $1/100$ . Maar als we het maar lang genoeg proberen, dan is het zeker dat we uiteindelijk een keer geluk hebben. Als we na dat succes doorgaan met proberen, dan zal er vervolgens zeker een tweede succes op volgen, etcetera. We concluderen dus dat wanneer je een experiment met een hele kleine succeskans maar vaak genoeg herhaalt, de kans op uiteindelijk succes heel groot is.

Welnu, zo zegt Aczel, vergelijk een planeet nu even met een draai aan het rad. Een nieuwe draai aan het rad correspondeert met een nieuwe planeet. De kans dat er leven is, de succeskans dus, is klein. Maar net als bij herhaald draaien aan het rad, als er maar genoeg planeten zijn, en die zijn er, dan is de kans op uiteindelijk succes, dus op leven op tenminste één andere planeet heel groot, in feite eigenlijk gewoon 1, ofwel 100% kans op buitenaards leven.

Tja, wat vind ik hier nu van? Wat zegt zijn 'briljante combinatie van feitelijke informatie en kansberekening' nu over leven op een andere planeet? Het antwoord op die laatste vraag kan ik in twee woorden afdoen: absoluut niets. Het is een mooi staaltje van onzin met kansrekening. Laat ik dat toelichten.

Allereerst zijn er vele redenen om ernstig te twifelen aan het realiteitsgehalte van zijn aannames, en dus ook aan zijn model. Onafhankelijkheid van het ontstaan van leven op verschillende planeten lijkt mij geen uitgemakte zaak, zeker gezien het feit dat er redenen zijn om aan te nemen — of ten minste niet uit te sluiten — dat het leven op aarde van buiten de aarde afkomstig is. En dan zwijg ik nog over de mogelijkheid van, laat ik het voorzichtig zeggen, bovennatuurlijke krachten die het leven op aarde initieerden. Bovendien verward Aczel het wiskundige begrip onafhankelijkheid, iets dat heel precies omschreven is, met het populaire gebruik van dat woord. Tenslotte is de aanname dat de kans op leven  $5 \cdot 10^{-14}$  is helemaal zonder enig realiteitsbesef. Op deze laatste aanname kom ik straks nog terug.

Maar deze bedenkingen vormen niet eens mijn voornaamste bezwaar tegen de conclusie van Aczel. Men moet goed bedenken wat

er in feite gebeurt. Aczel construeert een nogal simplistisch theoretisch model dat het ontstaan van leven in het universum zou moeten beschrijven. Alle conclusies die hij daarna trekt zijn zonder meer waar in het theoretisch model dat hij net heeft gemaakt. Om vervolgens deze conclusies dan zonder pardon over te nemen voor de realiteit is absurd.

Dit laatste bezwaar wordt in de literatuur soms 'het sceptische standpunt' genoemd (zie bijvoorbeeld [11]). In zijn algemeenheid komt dit standpunt erop neer dat je resultaten binnen een theoretisch model nooit zomaar kunt overhevelen naar de realiteit. Met andere woorden, het model is niet de realiteit. Wat je dan wel met wiskundige resultaten aanmoet komt straks ter sprake.

### Het doomsday argument

Het nu volgende tweede voorbeeld is actueel in de filosofie. In gezaghebbende tijdschriften wordt hier druk over gepubliceerd. Het voorbeeld staat bekend als het 'doomsday argument'. Het verschijnt in verschillende gedaantes, maar ik zal mij beperken tot de versie van de astrofysicus Richard Gott die hij notabene in 1993 in *Nature* kon publiceren [7]. Voor diegenen die dat niet weten, *Nature* is een gezaghebbend tijdschrift op het gebied van de natuurwetenschappen. Er zijn wetenschappers die hun carrière geslaagd vinden omdat het hen één keer is gelukt om in dit tijdschrift te publiceren.

Wat is het doomsday argument? Gott beweert dat hij met een zeer eenvoudig kans-theoretisch model kansuitspraken kan doen over de vraag hoe lang de mensheid nog te gaan heeft. Laat ik het argument uitleggen aan de hand van een eenvoudig voorbeeld dat Gott zelf geeft. We gaan 31 jaar terug in de tijd, het is 1969. Gott bezoekt Berlijn en ziet de muur, die op dat moment 8 jaar bestaat. Hij vraagt zich nu af hoe lang de muur nog zal blijven staan. Om hier iets over te kunnen zeggen, neemt Gott aan dat hij niets anders is dan een toevallige bezoeker van de muur, en hij concludeert dat zijn bezoek aan de muur dus op een volstrekt toevallig tijdstip tussen het ontstaan en de vernietiging van de muur plaatsvindt. Als dat tijdstip van zijn bezoek inderdaad volstrekt toevallig is, dan moet bijvoorbeeld dat tijdstip met 25% kans in het eerste kwart van de bestaansperiode van de muur vallen. De kans dat het bezoek in de eerste helft van de bestaansperiode van de muur valt is dan 50%. Welnu, het bezoektijdstip — 1969 — valt in de eerste helft van het bestaan van de muur als de muur nog minstens 8 jaar zal blijven bestaan. Dus, zo concludeert Gott,

in 1969 was de kans dat de muur nog minstens 8 jaar zou blijven staan precies 50%.

Ik heb zelf ook nog wat van dergelijke berekeningen gemaakt. Je kunt bijvoorbeeld uitrekenen dat in 1969 de kans dat de muur in 2011 nog bestaat precies 25% was.

Dit argument klinkt absurd. Als u denkt dat het helemaal nergens op slaat dan is het wellicht geruststellend te weten dat ik dat met u eens ben. Er zijn al veel wetenschappers geweest die het argument grote onzin vonden en die dan ook verwoede pogingen hebben gedaan om het om zeep te helpen. Dit blijkt niet mee te vallen. In een recente publicatie beweert Nick Bostrom, verbonden aan de London School of Economics en fervent verdediger van het doomsday argument, dat hij alle kritiek kan pareren, en dat er nog niemand is geweest die een overtuigend bewijs heeft kunnen geven dat het doomsday argument niet deugt [5]. En het moet gezegd, Bostrom legt een grote creativiteit aan de dag als het gaat om het pareren van kritiek.

Toch meen ik een simpel argument te hebben dat weinig heel laat van de beweringen over de Berlijnse muur. Ik doe opnieuw een beroep op het sceptische standpunt. Ter herinnering, het sceptische standpunt zegt dat je een resultaat uit een theoretisch wiskundig model niet zonder meer mag en kan overhevelen naar de realiteit. De bezwaren tegen het argument die Bostrom niet kunnen overtuigen zijn allemaal wiskundige bezwaren, of tenminste bezwaren in een wiskundige context. Die zouden mij ook niet overtuigen, denk ik. Maar het sceptische standpunt zegt niets over wiskundige aspecten. Als Gott zegt dat een willekeurige bezoeker op een willekeurig moment de muur bezoekt, dan is dat een zeer precieze wiskundige uitspraak, in woorden verpakt. Voor diegenen die weten waar ik het over heb, de bewering van Gott is dat het bezoek aan de muur op een uniform tijdstip tussen ontstaan en vernietiging van de muur plaatsvindt. Als zodanig heeft deze uitspraak ook alleen betekenis in het wiskundig model. Voor de realiteit is de uitspraak volstrekt betekenisloos. Wiskundige concepten zoals uniforme tijdstippen bestaan namelijk niet in de realiteit.

Het wordt echter nog gekker. Dezelfde Nick Bostrom als daarnet bestaat het zelfs om in hetzelfde artikel te beweren dat het argument in het geval van de Berlijnse muur dus gewerkt heeft. Hij bedoelt hier denk ik mee te zeggen dat het einde van de muur door deze methode min of meer correct zou zijn voorspeld. Tja, zo kan ik het ook. Als ik een theoretisch model maak dat het gooien van een munt moet

beschrijven, dan kan ik met een stalen gezicht beweren dat in mijn model de kans op kop 95% is. Als ik na die uitspraak één maal met een echte munt gooi, en kop komt boven, dan kan ik vervolgens triomfantelijk zeggen dat mijn model deze uitkomst juist heeft voorspeld. Larienkoek dus. Het is onjuist om te beweren dat een kanstheoretisch model in een specifiek geval al dan niet heeft gewerkt.

Ik haak echter definitief af wanneer Richard Gott vervolgens beweert dat de reikwijdte van het argument van de Berlijnse muur veel groter is. Hij schrikt er niet voor terug om dit toe te passen op de toekomst van de mensheid. Op zich vind ik dat al een moeilijk punt. Bedenk dat het begintijdstip van de Berlijnse muur expliciet nodig was voor het argument. Wanneer ontstond de mensheid? Daar is geen consensus over. Maar goed, het doomsday argument leidt in dat geval tot een kansuitspraak over hoeveel mensen er in de toekomst nog op aarde te verwachten zijn. Afhankelijk van de snelheid waarmee de wereldbevolking toeneemt komt Gott uit op een kans van ongeveer 75% dat de mensheid nog

minder dan 1000 jaar te gaan heeft, vandaar de naam 'doomsday argument'.

Zoals gezegd, er zijn andere versies van hetzelfde argument. John Leslie heeft er zelfs een serieus boek over geschreven met de titel *Het einde van de wereld* [10]. Alles bij elkaar is het een mooi voorbeeld van onzinnig gebruik van de kansrekening.

#### Ariadne op Naxos

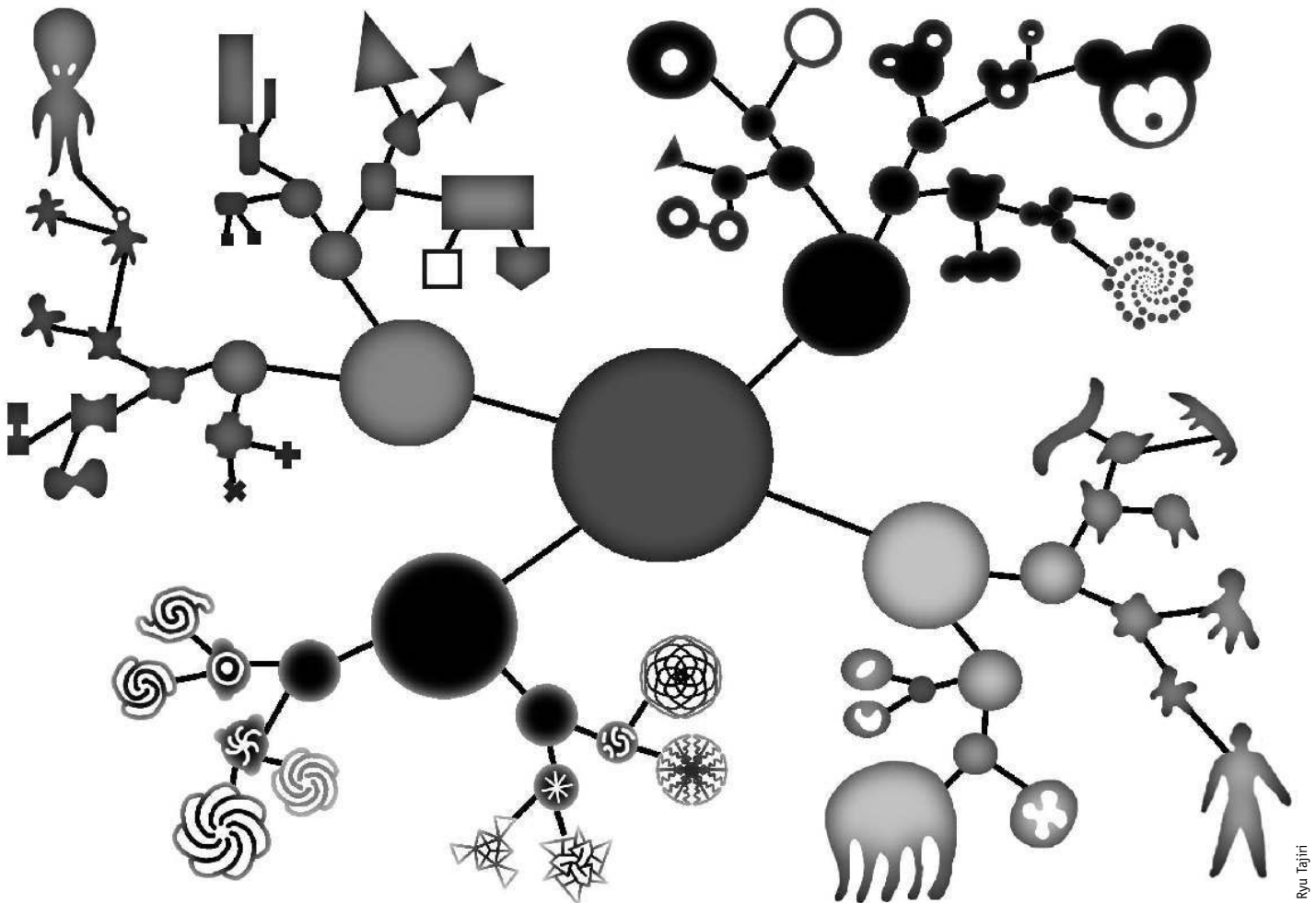
Het sceptische standpunt heeft ook consequenties voor de interpretaties van min of meer dagelijkse zaken. Wat te denken van het volgende voorbeeld dat mijzelf overkwam?

In een boek van de Amerikaanse psychotherapeut en priester Thomas Moore [12] kwam ik een interessante interpretatie tegen van de bekende Griekse mythe over Ariadne, die op het eiland Naxos wordt achtergelaten door haar grote liefde Theseus, nadat zij hem daarvoor nota bene het leven had gered. (Over toeval gesproken: twee vrienden van mij hadden juist dit boek als cadeau voor mij meegenomen.) De dag nadat ik dit com-

mentaar had bestudeerd, werd ik door een zangeres benaderd met de vraag of ik het leuk zou vinden om haar aan de piano te begeleiden bij het stuk Arianna a Naxos van Joseph Haydn.

Was dit toeval? Veel mensen zullen geneigd zijn te denken van wel, met het volgende argument. Je leest zoveel boeken, en spreekt zoveel mensen, allicht dat het een keertje gebeurt dat een boek dat je net leest de volgende dag uit een geheel andere hoek ter sprake komt. Dit lijkt een goed argument, maar als je er even over nadenkt, dan realiseer je je dat het eigenlijk precies het argument van Aczel is, waarmee hij leven op een andere planeet wilde aantonen. Immers, het argument suggereert dat er elke dag een kleine kans is dat je overeenkomst ziet tussen twee onafhankelijke gebeurtenissen. Uiteindelijk moet dat dan wel een keer gebeuren, net als bij het rad van fortuin, en net als bij de planeten van Aczel.

Het sceptische standpunt zegt nu dat deze redenering niet zonder meer opgaat, aangezien opnieuw een theoretische conclusie



wordt overgeheveld naar de realiteit. En nogmaals, de realiteit is niet het model.

Persoonlijk ben ik eerder geneigd het gebeuren op te vatten als een voorbeeld van wat Carl Jung synchroniciteit noemt [9]. Dat is een betekenisvolle verbinding tussen twee gebeurtenissen die geen causaal verband hebben, maar daar zal ik verder nu niet op ingaan.

### Toeval en kansrekening

Als ik nu dit soort gebeurtenissen niet zo maar toevallig kan noemen, dan komen er wel een paar vragen op. Bestaat toeval dan überhaupt wel? En welke rol speelt mijn vak, kansrekening, dan eigenlijk precies? Wat de eerste vraag betreft, ik denk wel dat er oprecht toeval bestaat. Maar zoals ik net al aangaf, ik zal vele gebeurtenissen niet toevallig noemen, waar de meeste mensen dat wellicht wel zouden doen. Mijn geruststellende antwoord op de tweede vraag, over de rol van de kansrekening, luidt als volgt. Het belang van de kansrekening hangt helemaal niet af van de vraag of bepaalde verschijnselen werkelijk toevallig zijn of niet. De kansrekening heeft namelijk een heel andere functie. Kansrekening wordt belangrijk als vanwege de grote complexiteit een exacte beschrijving niet meer mogelijk is. De kansrekening is in staat het zeer complexe gedrag van systemen samen te vatten in een aantal simpele wetten en kan op die manier een anderszins onoverzichtelijke chaos hanteerbaar maken.

Vaak is het zo dat kanstheoretische modellen die ontwikkeld zijn om een bepaald fenomeen te beschrijven, wiskundigen ook uitdagen om andere vragen te beantwoorden binnen dat model. Vragen dus die niet rechtstreeks uit de toepassingen naar voren kwamen. Dat doe ik zelf ook, en dat lijkt mij niet alleen toelaatbaar, maar zelfs wenselijk. Echter, inspiratie en beïnvloeding horen twee kanten op te gaan: toepassing activeert wiskunde en andersom. Dirk Struik heeft in zijn 'Geschiedenis van de Wiskunde' [14] ondubbelzinnig aangetoond dat wiskunde altijd sterk verankerd is geweest in de maatschappij. Het getuigt mijns inziens van hoogmoed, dat veel tegenwoordige wiskundigen zich aan dit feit weinig gelegen laten liggen. Persoonlijk ben ik er van overtuigd dat dit één van de oorzaken is van de huidige problemen binnen de wiskunde, zoals bijvoorbeeld lage studentaantallen, nota bene bij een toenemende vraag uit het bedrijfsleven.

### Zin en onzin van kansrekening

Terug naar de kansrekening. Waar ligt nu de grens tussen zin en onzin? Een precies ant-

woord op deze vraag is moeilijk te geven, maar het voorgaande maakt wel duidelijk in welke richting ik het zal zoeken. Een kans-theoretisch model wordt zinvol als het zichzelf kan bewijzen. Bij een uitspraak over iets éénmalig kan dat niet. Een kansuitspraak over iets éénmalig, zoals de toekomst van de mensheid, heeft dan ook geen betekenis. Model en realiteit worden dan verward. Het probleem bij Aczel en zijn bewijs voor buitenaards leven is onder meer het feit dat hij een kans toekent aan het ontstaan van leven op aarde. Dat heeft dus geen zin. Het zou een bepaalde zin kunnen krijgen als we andere planeten konden inspecteren. Maar deze zin zou bij gratie zijn van het feit dat we dan vele planeten tegelijkertijd bekijken. Over een specifieke planeet, de onze bijvoorbeeld, kun je dan nog steeds geen uitspraak doen.

Het probleem van éénmalige gebeurtenissen bestaat ook bij een uitspraak dat de regenkans morgen 25% zou zijn. Het is immers maar één keer morgen. Je kunt van deze uitspraak echter niet zonder meer zeggen dat ze betekenisloos is. Als de weerman een model gebruikt dat zichzelf heeft bewezen, dan kun je persoonlijk vertrouwen krijgen in zijn model en in zijn uitspraken. Dat betekent overigens niet dat de kans op regen morgen iets is dat goed gedefiniëerd kan worden.

Uit deze argumenten wordt duidelijk dat toegepaste wiskunde niet zo'n exacte wetenschap is als vaak wordt gedacht. Persoonlijke overtuiging en geloof spelen een belangrijke rol. Dit is overigens net zo goed waar voor zuivere wiskunde. Ik acht mezelf enigszins bevoegd om zuivere en toegepaste wiskunde met elkaar te vergelijken; als kansrekenaar beoefen ik immers beide. Zelfs in de zuivere wiskunde wordt dezelfde bewering door verschillende mensen verschillend geïnterpreteerd. Bijna elk wiskundig bewijs gaat gepaard met een zekere mate van intimidatie. Het is misschien teleurstellend, maar de zuivere objectiviteit van de wiskunde is een illusie.

### Evolutie en kansrekening

Tot nu toe heb ik argumenten aangedragen die niet veel ruimte lieten voor de kansrekening bij fenomenen die éénmalig optreden. Dat beeld wil ik nu direct weer gaan nuanceren. Dat ga ik doen aan de hand van een klassiek debat op het grensgebied van wetenschap en religie, namelijk het debat over de evolutie van de oervorm van het leven tot de mens. Dit debat gaat niet over de vraag of de evolutie heeft plaatsgevonden. Afgezien van de creationisten is iedereen het daar wel over

eens. Het gaat om de vraag hoe de evolutie tot stand is gekomen, door louter toeval of een sturende kracht. Alle partijen in dit debat maken op de één of andere manier gebruik van kanstheoretische argumenten. Uiterst interessant dus voor een kansrekenaar met theologische belangstelling. Ik laat eerst een paar standpunten de revue passeren, met kort mijn kritiek op de manier waarop kansrekening gebruikt wordt. Daarna zal ik aangeven hoe ik denk dat de rol van de kansrekening dan wél zou kunnen zijn.

Het eerste standpunt wordt verdedigd door onder meer de Engelse theoloog Keith Ward [16]. Zijn standpunt is gebaseerd op de volgende klassieke wetenschappelijke redenering.

Stel ik laat u een munt zien, en vertel erbij dat er twee mogelijkheden zijn. Ofwel de munt is zuiver en heeft 50% kans op kop, of de kans op kop is 90%. U wordt gevraagd één maal met de munt te gooien en aan de hand van de uitkomst een keuze te maken tussen deze twee mogelijkheden. Stel kop komt boven. Dan zult u geneigd zijn te geloven dat de munt niet zuiver is. Immers, de uitkomst is veel waarschijnlijker onder het tweede alternatief. De redenering is dus dat je het alternatief kiest waarbij de uitkomst van een experiment een zo groot mogelijke kans heeft.

Keith Ward past dit principe toe op het bestaan van God. Laten we eerst aannemen dat God niet bestaat. Dan is de kans op de achter ons liggende evolutie heel klein. Er zijn zo veel gebeurtenissen die dan toevallig plaats hebben moeten vinden, het is niet erg aannemelijk dat dat mogelijk zou zijn.

Als we daarentegen aannemen dat er wél een God bestaat, dan wordt de evolutie veel aannemelijker. God kan deze immers sturen naar zijn wil. De conclusie is dat het dus aannemelijker is dat God bestaat dan dat hij niet bestaat.

Ikzelf vind deze redenering vooral hoogst amusant. Het essentiële bezwaar ertegen is het inmiddels bekende sceptische standpunt. De realiteit laat zich gelukkig niet verlagen tot een model. Wetenschap kan geen ingrediënt zijn van religieuze voorstellingen. Zoals Pascal, een grootheid in zowel wiskunde als theologie, al in de 17e eeuw opmerkte: Godsbewijzen zijn overbodig. Hij die niet gelooft wordt niet overtuigd, en hij die wel gelooft heeft een bewijs niet nodig.

Het tweede standpunt luidt ongeveer als volgt. De kans dat de oervorm van het leven zich door louter toeval ontwikkeld heeft

tot zoiets waanzinnig gecompliceerds als een cel, laat staan een mens, kan niet anders dan nul zijn. Er moet dus meer in het spel zijn. Even voor de goede orde, als ik elke 10 seconden met een dobbelsteen gooi, dan duurt het naar verwachting meer dan een miljard jaar voordat ik een serie van 20 achtereenvolgende zessen te zien krijg. En wat is nu 20 zessen in vergelijking met het ontstaan van een cel door toeval?

Wat kunnen we over dit standpunt zeggen? Op de eerste plaats zegt het sceptische standpunt ook hier weer dat je theoretische conclusies niet zomaar naar de realiteit kunt overhevelen. Maar stel nu even dat we ons daar niets van aantrekken. Stel dus even dat we een kansmodel hebben gemaakt waarin de kans op de achter ons liggende evolutie nul is. Kunnen we dan concluderen dat het model niet klopt? De evolutie heeft immers plaatsgevonden? Nee, helaas niet. Het is in een kanstheoretisch model heel gewoon dat er een gebeurtenis plaatsvindt hoewel deze kans nul heeft. Dat klinkt vreemd, maar ik kan u hiervan met een eenvoudig voorbeeld wellicht overtuigen.

Neem een cirkelrand in gedachten en kies een willekeurig punt op die rand. Elk punt heeft hierbij even grote kans om gekozen te worden. Wat is nu de kans dat u een bepaald punt heeft gekozen? Kan die kans bijvoorbeeld 1/1000 zijn? Nee dat kan niet, want elk punt heeft evenveel kans en er zijn meer dan 1000 punten op de cirkel. De kans kan ook geen 1/10.000 zijn omdat er meer dan 10.000 punten op de cirkel zijn, etcetera. De enige mogelijkheid die niet tot een tegenspraak leidt is dat de kans op elk specifiek punt nul moet zijn. Elk punt heeft dus kans nul om gekozen te worden, ook het punt dat u gekozen heeft.

Kans nul betekent dus niet dat een gebeurtenis niet kan plaatsvinden. Omgekeerd geldt dan ook dat wanneer een gebeurtenis plaatsvindt je niet kunt zeggen dat deze dan wel grote kans zal hebben gehad. Deze laatste fout wordt door de bekende astronoom Carl Sagan gemaakt in zijn boek *Intelligent life in the universe* [13]. Ik wil u het vreemde citaat niet onthouden. "Aangezien het leven op aarde ontstaan moet zijn, hebben we hier een aanvullend bewijs dat de oorsprong van het leven een hoge waarschijnlijkheid heeft."

Het derde standpunt is het bekende darwinistische standpunt. Dit standpunt behelst

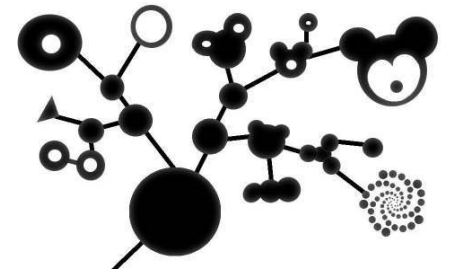
de idee dat evolutie optreedt door volslagen toevallige veranderingen, mutaties genoemd, waarbij sommige mutaties overleven door natuurlijke selectie. Die veranderingen zijn natuurlijk uiterst zeldzaam. Maar in de woorden van Nobelprijswinnaar en bioloog George Wald, één van de bekendste hedendaagse verdedigers van dit standpunt: 'Als je maar lang genoeg de tijd hebt, dan wordt het onmogelijke mogelijk, het onwaarschijnlijke waarschijnlijk en het waarschijnlijke zeker' [15]. Mooie retoriek, dat is één van de dingen die je aan Wald wel kunt overlaten. Ik denk niet dat je de evolutie wiskundig zal kunnen verklaren, opnieuw in verband met het sceptische standpunt. Maar als je dat dan toch zo graag wilt proberen, dan zijn er talloze kanstheoretische berekeningen die aangeven dat zelfs in het meest optimistische scenario, het leven op aarde simpelweg niet lang genoeg bestaat om de retoriek van Wald enige grond te geven. Op populair niveau is Darwin vandaag de dag nog springlevend, op academisch niveau zijn er inmiddels erg veel twijfels over gerezen.<sup>1</sup>

#### Algebraïsch verband

Drie standpunten, drie maal kansrekening, en drie maal door mij afgewezen. Blijft er wel iets over? Ja zeker wel. De benadering die ik kies geeft de kansrekening geen verklarende, maar een beschrijvende rol. Ik ben hierbij onder meer geïnspireerd door recente ontwikkelingen in de theoretische natuurkunde.

In de afgelopen 10 jaar heeft men bepaalde inzichten ontwikkeld omtrent het gedrag van zeer uiteenlopende fenomenen (zie bijvoorbeeld [2]). Het lijkt er op dat het gedrag van deze fenomenen in een bepaald opzicht erg op elkaar lijkt, hoewel ze werkelijk zeer divers zijn. Klassieke voorbeelden zijn aardbevingen, het gedrag van de beurskoersen, hersenactiviteit, verkeersstromen, bosbranden, patroonvorming in zandhopen en, inderdaad, evolutionaire verschijnselen. Laten we ter illustratie naar aardbevingen kijken. Er is een heel mooi empirisch vastgesteld verband tussen de zwaarte van een aardbeving en de frequentie waarmee een aardbeving van die zwaarte optreedt. In wiskundig jargon heet dat verband algebraïsch. Dit verband is de basis voor de beroemde schaal van Richter. In zekere zin is dit verband heel bijzonder, en ik zal nu toelichten waarom.

De meeste klassieke kanstheoretische modellen voor fysische verschijnselen bezitten een aantal zogenaamde parameters. Dit zijn



onbekende getallen, waar de onderzoeker zelf een waarde voor moet invullen, meestal op basis van experimentele gegevens. Een simpel voorbeeld is de succeskans van een bepaald experiment. Laten we er voor het gemak even van uit gaan dat een bepaald model slechts één parameter bevat. Nu blijkt het zo te zijn dat we in de meeste klassieke modellen bovengenoemd algebraïsch verband alleen kunnen vinden wanneer deze parameter één specifieke waarde aanneemt, de zogenaamde kritieke waarde. Algebraïsch verband lijkt dus zeer speciaal. Om ons heen echter blijkt het meer regel dan uitzondering te zijn. Algebraïsch verband vinden we in bosbranden als we gaan kijken naar de grootte van een bosbrand en de frequentie waarmee branden van een dergelijke grootte optreden. We vinden het ook in de fluctuaties van de beurskoersen, bepaalde vormen van hersenactiviteit, en, zo is onlangs gesuggereerd, ook in de evolutie. In de evolutie is het een komen en gaan van soorten. Ik zal niet op bewijsmateriaal ingaan, maar er zijn vele redenen om aan te nemen dat de evolutie niet in een min of meer constant tempo heeft plaatsgevonden zoals Darwin dacht. Eerder lijkt het allemaal zeer schoksgewijs tot stand te zijn gekomen, in een opeenvolging van uitbarstingen. Het lijkt erop dat er veel kleine uitbarstingen geweest zijn waar slechts relatief weinig soorten verdwenen en werden gevormd. Ook zijn er enkele gigantische uitbarstingen geweest. In de grootste daarvan is in één klap 96% van de soorten uitgestorven. Het verband tussen de grootte van een uitbarsting en de frequentie daarvan in de evolutie zou, u raadt het al, algebraïsch zijn.

#### Toekomst

De uitdaging is nu duidelijk. Er zal nagedacht moeten worden over modellering van deze fenomenen. De klassieke modellen schieten tekort bij de beschrijving van deze verschijnselen. Het zoeken is naar wiskundige modellen waarin dit algebraïsch verband als het

<sup>1</sup> Deze academische twijfels blijven bepaald niet beperkt tot de kansrekening. Ook in bijvoorbeeld de paleontologie en de biochemie zijn inmiddels sterke twijfels geuit, zie bijvoorbeeld [4] en de referenties hierin, [3] en [6].

ware vanzelf naar voren komt, zonder een bepaalde parameter precies op een kritieke waarde af te stemmen. Recentelijk hebben fysici dergelijke modellen ontwikkeld om bijvoorbeeld aardbevingen te beschrijven. De eerste eenvoudige kanstheoretische modellen die evolutionair gedrag lijken te vertonen zijn inmiddels geformuleerd. Tot nu toe is er voornamelijk gesimuleerd, en theoretische resultaten zijn er nog nauwelijks. Bij de theoretische ontwikkeling van dit nieuwe vakgebied staat de kansrekening centraal, en dit is één van de dingen waar ik mij de komende jaren mee bezig wil houden.

Dit is dus de manier waarop ik denk dat kansrekening een belangrijke rol kan spelen bij de bestudering van evolutionaire verschijnselen. Het komt erop neer dat ik dergelijke verschijnselen niet geïsoleerd wil beschouwen, maar in samenhang met en als onderdeel van een groter geheel. Wellicht vinden sommigen onder u deze aanpak wat te bescheiden. Deze benadering leidt immers tot minder ferme uitspraken dan in de verschillende standpunten die ik een aantal minuten geleden formuleerde. Mijn persoonlijke overtuiging in dit verband kan ik als volgt samenvatten.

Hoeveel vragen de wetenschap ook zal beantwoorden, ik ben er diep van overtuigd dat er uiteindelijk een groot vraagteken over zal blijven. De wetenschap zal zich tevreden moeten stellen met zeggingskracht over slechts een beperkt gedeelte van de realiteit. Uitspraken van wetenschappers die zich buiten dat gebied begeven zijn betekenisloos. Wetenschap en religie zijn niet elkaars vijand, maar vullen elkaar juist aan. Ze hebben het simpelweg over verschillende dingen. Dat besef zou iedere wetenschapper moeten hebben. De re-

cente Nobelprijswinnaar Gerard 't Hooft vertelde in een interview dat hij zich als wetenschapper niet kan neerleggen bij de gedachte dat sommige dingen onverklaarbaar zullen zijn. Met het allergrootste respect voor de wetenschappelijke kwaliteiten van 't Hooft, meen ik toch dat hij hier de hand van de wetenschap overspeelt. Wetenschap kan ons iets vertellen over toetsbare dingen, maar de zin van het leven en het mysterie van ons bestaan behoren daar mijns inziens niet toe.

### Zelfbeeld

Deze wat afdwalende gedachten brengen mij dan ten slotte naar het zelfbeeld van de toenmalige Faculteit der Wiskunde en Informatica van de Vrije Universiteit, zoals dat in mei 1994 is vastgelegd. Om dit zelfbeeld te begrijpen is het nodig om eerst te citeren uit de doelstelling van de Vrije Universiteit: "al haar arbeid in gehoorzaamheid aan het Evangelie van Jezus Christus te richten op het dienen van God en zijn wereld". Dat is nogal wat, en velen onder u zullen hier niet mee uit de voeten kunnen. Persoonlijk zou ik ook een iets bredere omschrijving toejuichen waarin de nadruk ligt op werken vanuit een bepaald religieus besef in het algemeen.

Vervolgens citeer ik uit het eerder genoemde zelfbeeld. "Binnen de Faculteit der Wiskunde en Informatica is er, vanwege de vorm en aard van betreffende vakgebieden, slechts beperkte mogelijkheid langs deze dimensies aan de doelstelling van de Vrije Universiteit vorm te geven; directe raakvlakken met levensbeschouwelijke aspecten ontbreken veelal". Even later lees ik: "Wat betreft het onderzoek, zowel in vraagstelling als in beoefening, speelt de grondslag een bescheiden rol". Mijn standpunt in deze zal inmiddels

duidelijk zijn. Ik meen aangegeven te hebben dat raakvlakken met levensbeschouwelijke aspecten wel degelijk aanwezig zijn. Ik heb ook beargumenteerd dat bij de vraagstelling in wiskundig onderzoek deze aspecten een rol kunnen spelen.

Tot slot wil ik van deze gelegenheid gebruik maken om twee personen in het bijzonder te bedanken.

Hooggeleerde Keane, beste Mike. Ik heb je niet eens gevraagd om vandaag in het cortège mee te lopen, want je zou het toch niet doen. Je kunt een potje breken bij me, dat weet je, en dat doe je dan ook met enige regelmaat. Mijn respect voor jou is er niet minder om. Van jou heb ik geleerd wat het is om een wiskundige te zijn. De vele lessen die jij me bewust en onbewust hebt gegeven komen mij nog steeds bijna dagelijks van pas bij mijn eigen onderzoek, onderwijs, en bij de begeleiding van mijn eigen promovendi. (Diegenen die bij het uitspreken van deze rede aanwezig waren, hebben kunnen zien dat Mike Keane tot mijn grote verrassing dit keer wél in het cortège meeliep, waarvan akte! Ik heb mijn tekst ter plekke dus wel enigszins moeten aanpassen.)

Hooggeleerde Gill, beste Richard. Al die jaren in Utrecht heb ik het als een voorrecht beschouwd om bij jouw leerstoel te horen. Je belangstelling voor mijn werk, de ruimte die je me liet, de verantwoordelijkheid die je me gaf, je inzet en hulp bij allerlei zaken, ik denk dat je misschien zelf nauwelijks beseft hoe belangrijk jij voor mijn ontwikkeling bent geweest.

Dames en heren, ik dank u voor uw aanwezigheid en belangstelling. ↵

### Referenties

- 1 Amir Aczel; *100% kans* (1998), Prometheus.
- 2 Per Bak; *How Nature Works* (1996), Springer.
- 3 Michael Behe; *De Zwarte Doos van Darwin* (1997), Ten Have.
- 4 Arie van den Beukel; *Met Andere Ogen* (1994), Ten Have.
- 5 Nick Bostrom; *The Doomsday Argument: a Literature Review* (1998), preprint.
- 6 Michael Denton; *Evolution, a Theory in Crisis* (1985), Adler & Adler.
- 7 Richard Gott; *Implications of the Copernican principle for our future prospects* (1993), *Nature* **363**, 315–319.
- 8 Christiaan Huygens; *Van Rekeningh in Spelen van Geluck* (1660), (In 1998 heruitgegeven door Epsilon, Utrecht).
- 9 Carl Jung; *Synchronicity* (1973), Princeton University Press.
- 10 John Leslie; *The End of the World: The Ethics and Science of Human Extinction* (1996), Routledge, London.
- 11 Ilja Maso; *De Zin van het Toeval* (1997), Ambo, Baarn.
- 12 Thomas Moore; *Zorg voor de Ziel* (1993), Servire, Utrecht.
- 13 Carl Sagan; *Intelligent life in the universe* (1977), Picador by Pan Books, London.
- 14 Dirk Struik; *Geschiedenis van de Wiskunde* (1980), SUA, Amsterdam.
- 15 George Wald; *The origins of life* (1954), Scientific American **191**.
- 16 Keith Ward; *God, Toeval en Noodzaak* (1997), Ten Have, Baarn.