

de overgang van de intensionele logica van de vertakte typentheorie in de eerste editie, naar de zogenaamde ‘simple theory of types’, ontwikkeld in het bijzonder door Chwistek en Ramsey, in de tweede. In tegenspraak met de aanpak in de eerste editie, was deze gemodificeerde typentheorie geformuleerd in een extensionele logica. De tweede editie van *Principia Mathematica* is vrij algemeen beschouwd als achterhaald, als een vergeefse poging van Russell om aan te sluiten bij een ontwikkeling die hem inmiddels had ingehaald en voorbijgestreefd. Om die reden heeft het werk niet de aandacht gekregen die het verdiende, laat staan dat er diepgaand onderzoek naar is verricht. Linsky heeft in dit manco willen voorzien en is zeer zeker geslaagd in zijn opzet ons ervan te overtuigen dat ook de tweede editie van een verbluffende diepgang getuigt en alleszins als een serieuze bijdrage aan de logica moet worden beschouwd. Als zodanig geeft dit boek een waardevolle inkijk in het denken van een van de invloedrijkste zoste-eeuwse filosofen, alsmede in een veelbewogen en belangrijke historische episode in de ontwikkeling van de logica en de analytische filosofie.

Eduard Glas



Amir D. Aczel
A Strange Wilderness
The Lives of the Great Mathematicians

Sterling, 2011

xix + 284 p., prijs £15.99

ISBN 9781402785849

Amir Aczel, a prolific author of popular books on mathematics and science in general, came up with a new book devoted to the lives of mathematicians. On the whole the book is highly informative, entertaining and produced with great care. Several illustrations, interesting photos, and various aesthetically chosen fonts and font sizes make it an attractive volume.

Aczel occasionally writes with flair and panache. Regrettably, the book is very uneven. The fifteen page long account of Cantor's life and his conflicts with Kronecker is fascinating, and so is the chapter on Grothendieck. However, some other parts of the books read as if they came from the pen of a secondary school pupil forced to write a homework on a boring topic. The two pages on the Chinese mathematician Li Zhi are uninteresting and just boring. We finally learn that “Li Zhi [...] studied equations as high as sixth order [...] obtained when one relationship about triangles involving an unknown quantity is inserted into another”. Those interested to understand what equation Li Zhi actually studied, and why, might turn to Chapter 5 of *History of Mathematics, A Supplement* by Craig Smoryński, Springer, 2008.

Also, some details are simply unneeded. Why should we care to know that the wife of the eldest son of Tartaglia was called Brandonia di Seroni?

Aczel begins the book by mentioning some lively lecturers during his studies of mathematics at Berkeley. One of them, John Kelley, used to come to the lectures with two dogs, non-stop smoking a pipe. Kelley is given as an example of a brilliant and eccentric mathematician, whose manners demonstrate that mathematicians can be as interesting and unusual as artists. The book is indeed full of known and less known anecdotes and accounts of unusual stories concerning mathematicians, but it is in this sense strangely incomplete. If the author's intention was to highlight lives of some more unusual mathematicians,

then one would have expected some references to twentieth century mathematicians, in particular to: Kurt Gödel, who starved himself to death, suspecting that one was trying to poison him (and thus succumbing to a form of the liar paradox that was at the base of his incompleteness theorems), see *Logical Dilemmas: The Life and Work of Kurt Gödel* by John Dawson, AK Peters, 1996; Alfred Tarski, a notorious womanizer and user of drugs, who during his long term association with the University of Berkeley organized well-attended parties during which his homemade vodka was lavishly served, see *Alfred Tarski: Life and Logic* by Anita Burdman Feferman and Solomon Feferman, Cambridge University Press, 2004; The brothers Chudnovsky, who in their quest to compute π with an ever bigger precision developed an algorithm and ran it on a supercomputer built in their small apartment in New York, see ‘The Mountains of Pi’ by Richard Preston, *The New Yorker*, March 2, 1992; Jean van Heijenoort, a secretary and bodyguard of Trotsky, mainly known for the standard source book on the history of logic in the 19th and 20th century, who was killed by his fourth and fifth wife (the same person), see *From Trotsky to Gödel* by Anita Burdman Feferman, AK Peters, 2000. Not to mention Paul Erdős, John Forbes Nash and Grigori Perelman.

If in turn the intention of the book was to discuss lives of the towering figures of mathematics, then several *dramatis personae* are missing, for instance Blaise Pascal (only briefly mentioned in the context of the work of his predecessors), Henri Lebesgue (only briefly mentioned once while discussing Grothendieck), Stefan Banach and John von Neumann, to name a few.

Also, the space devoted to individual mathematicians reflects neither their relative importance nor their ‘degree’ of eccentricity. For example, Thales is generously accorded five pages, while Archimedes only two.

For the sake of completeness let me mention a few slips: the rational numbers are defined three times, on pages 15, 18 and 35, Hilbert's list of problems consisted of twenty-three and not of ten problems, Lebesgue's name does not appear in the index.

Krzysztof R. Apt



Chris A.M. Peters, Joseph H.M. Steenbrink
Mixed Hodge Structures

Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. 3. Folge, Vol. 52

Springer, 2008

xiv + 470 p., prijs €139,05

ISBN 9783540770152

De ontstaansgeschiedenis van de Hodgetheorie illustreert mooi hoe de onderlinge verwevenheid van wiskundige disciplines profijtelijk kan zijn voor één daarvan. Voor de cohomologie van gladde complex-algebraïsche variëteiten zou dat kunnen beginnen met de stelling van Hodge–De Rham, die tot stand kwam door een opmerkelijke interactie met de functionaalanalyse. Deze stelling zegt dat de De Rhamcohomologie van een georiënteerde compacte Riemannse variëteit eenduidig door de harmonische differentiaalvormen kan worden voorgesteld. Dit fundamentele resultaat, waaraan ook Cartan *père*, De Rham, Kodaira en Weyl hebben bijgedragen, is vooral toe te schrijven aan Hodge en is te vinden in zijn boek *The Theory and Applications of Harmonic Integrals* (1941), een werk dat door Weyl tijdens het ICM 1954 te Amsterdam werd gekarakteriseerd als ‘one of the great landmarks in the history of science in the present century’. Hij was het ook die wat

later, rond 1948, liet zien dat als we ons beperken tot gladde complex-algebraïsche variëteiten M die voorzien kunnen worden van een speciaal type Riemannse metriek, een zogenaamde *Kählermetriek* — en onze landgenoot Mannoury had al opgemerkt dat iedere gladde complex-projectieve variëteit er zo een heeft — de genoemde stelling tot het inzicht leidt dat de complexwaardige cohomologie $H^*(M; \mathbb{C})$ heel wat extra structuur heeft, waaronder een decompositie in zekere deelruimten. Het door hem gevonden geheel van eigenschappen, tegenwoordig geabstraheerd door een begrip *Hodgestructuur*, is afhankelijk van de complexe structuur van M , maar niet van de Kählermetriek. Deze invariant van het isomorfietype van deze complexe structuur bleek dikwijls een zeer getrouwe afspiegeling daarvan te leveren in de lineaire algebra. Het leidde ook tot een aantal bijzondere eigenschappen van het cupproduct op de cohomologie van zo'n variëteit, met de 'Moeilijke Lefschetzstelling' als het meest opmerkelijke voorbeeld. Zo vond Hodge, anders dan Lefschetz oorspronkelijk gemeend had, dat harde analyse benodigd was om een diep resultaat over de cohomologie van gladde complex-projectieve variëteiten af te leiden.

Een nieuwe wending nam dit twee decennia later, maar nu vanuit een heel andere hoek, want ditmaal werd de complex-algebraïsche meetkunde de weg gewezen door zijn tegenhanger in positieve karakteristiek. Rond 1968 merkten Deligne en Grothendieck op dat het door Grothendieck opgetrokken imposante bouwwerk dat tot een bewijs van de Weilvermoedens moest gaan leiden, voorspelde dat de rationale cohomologie van *iedere* complex-algebraïsche variëteit, singulier of niet, compact of niet, op natuurlijke wijze voorzien is van een nietdalende rij van deelruimten (die voor het gladde compacte geval flauw is) en die zo functorieel is als men maar zou kunnen wensen. Deligne bewees kort daarna de veel sterkere eigenschap dat deze cohomologie in feite voorzien is van wat hij noemde een *gemengde Hodgestructuur*, een geraffineerde, en allerm minst triviale generalisatie van het begrip Hodgestructuur, die eveneens de lineaire algebra als zijn tehuis heeft. (Nog weer even later bewees Deligne het enig overblijvende Weilvermoeden en gebruikte dat om een nieuw bewijs van de Moeilijke Lefschetzstelling voor gladde complex-projectieve variëteiten te geven langs de weg van positieve karakteristiek.)

De invloed die dit werk heeft gehad en nog steeds heeft is moeilijk te overschatten. Het heeft tal van toepassingen gevonden en is met veel succes verder ontwikkeld. In het bijzonder is gebleken dat de Hodge-theorie ons veel heeft te zeggen over omtrentingen van variëteiten en de lokale variant daarop, die doorgaans vanuit het omgekeerde perspectief beschouwd wordt, te weten als deformaties van de daarbij optredende singulariteiten. Hierbij heeft een der auteurs (Steenbrink) een centrale rol gespeeld. Vermeldenswaard is dat ook de theorie van geïtereerde integralen hier zijn natuurlijke interpretatie heeft gevonden als de gemengde Hodge-theorie van de fundamentealgroep (of nog algemener, van de lussenruimte) van een complex-algebraïsche variëteit.

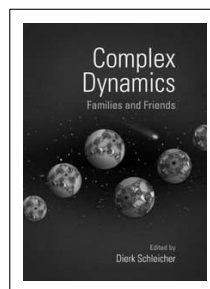
Dit is zeker niet het eerste boek over de Hodge-theorie, maar het onderscheidt zich van zijn voorgangers door zijn veelomvattendheid. Het brengt een schat aan materiaal bijeen dat voordien verspreid was over vele artikelen en doet dat op een aansprekende en coherente manier. Bewijzen worden meestal volledig gegeven en zijn soms eenvoudiger dan in de literatuur, en in de overige gevallen worden precieze referenties verschaft. De beschrijving en het voorkomen van de Hodge-theorie in allerhande situaties, waaronder de hierboven genoemde, wordt helder uiteengezet.

Een onderwerp krijgt een aparte behandeling en dat is eigenlijk het uiteindelijke concept in dit gebied, te weten een 'gederiveerde' versie

van een gemengde Hodgestructuur: een afgeleide categorie van abelse schoven met veel extra's op een complex-algebraïsche variëteit. Deze zogenaamde categorie van de *gemengde Hodge-modulen* werd ingevoerd door M. Saito en is zo gemaakt dat die stabiel is onder bijna alle denkbare operaties. Voor een enkel punt reproduceert dit de categorie van gemengde Hodgestructuren. Een volledige behandeling hiervan vereist diepgaande kennis van onder meer de theorie van \mathcal{D} -modulen en perverse schoven, en de auteurs hebben er dan ook verstandig aan gedaan om hier voor een axiomatische behandeling te kiezen. Een drietal uitvoerige appendices verzamelen de benodigde voorkennis (en geven de lezer steun) op het gebied van de homologische algebra, de schoventheorie en de topologie.

De oorsprong van dit boek is een handschrift van de tweede auteur (daterend uit 1983 of daaromtrent, 'tekstverwerken' was ons onderzoekers toen onbekend), vervaardigd ten behoeve van het Intercity Seminarium Singulariteiten. Veel landgenoten, waaronder uw recensent, hebben hier indertijd veel van geleerd. In de kwart eeuw die daarop volgde is dit in samenwerking met de eerste auteur geëvolueerd tot een waar *magnum opus*. Het is daardoor weliswaar niet meer geschikt voor een eerste kennismaking met deze materie, maar voor iemand die al wel enigszins aan dit onderwerp is blootgesteld, en daartoe reken ik iedere algebraïsch meetkundige, is dit een naslagwerk om op grijpbare afstand in de boekenkast te hebben. Want de Hodge-theorie doordringt de complex-algebraïsche meetkunde overal en is nog lang niet uitontwikkeld.

Eduard Looijenga



Dierk Schleicher (ed.)

**Complex Dynamics
Families and Friends**

A.K. Peters/CRC Press, 2009

663 p., £45.99

ISBN 9781568814506

One of the areas in mathematics which has attracted the attention of expert and lay-person alike is 'complex dynamics', in particular the study of iterations of a quadratic map acting on the complex plane. Mathematicians are drawn to this field because it is mathematically extremely interesting, for example because it has connections with many areas in mathematics, while it has attracted lay-interest because of the stunning computer pictures that come out of these studies. Many school children became intrigued by amazingly rich but highly structured fractal images, often related to the so-called Mandelbrot and Julia sets, and decided to pursue mathematics as a result.

The book is to commemorate the 60th birthday of one of the key players in the subject, John Hamal Hubbard. The subject area was initiated in the 1920's by two French mathematicians, Julia and Fatou (who were fierce competitors). The main tool at their disposal was the theorem of Montel which states that if you take a sequence of holomorphic functions defined on a domain in the complex plane and which all omit three values in the Riemann sphere, then this sequence is normal (i.e. equicontinuous). Using this, Julia and Fatou were able to show that polynomial maps on the complex plane (and more generally holomorphic maps on the Riemann sphere) have infinitely many repelling periodic points, whose closure — now called the Julia set — has many beautiful properties. Taking the special case of quadratic maps $z \mapsto z^2 + c$, the set of parameters c for which the Julia set is connected