EEN VERGETEN WERK OVER DE KWADRATUUR VAN PARABOLEN EN HYPERBOLEN : IGNATIUS DE JONGHE'S „GEOMETRICA INQUISITIO" (1688)

P. Bockstaele.

Onderzoekt men het aandeel van de Zuidelijke Nederlanden in de ontwikkeling van de wiskunde gedurende de 17de eeuw, dan valt onmiddellijk op hoe gering de bijdrage is van de Leuvense Universiteit. Na Adriaan van Roomen (1561-1615), die reeds in 1593 Leuven verliet, is gedurende meer dan 100 jaar geen mathematicus van enige betekenis werkzaam aan de Brabantse Universiteit. Dat de belangstelling voor de wiskunde in de Spaanse Nederlanden toch levendig en vruchtbaar bleef, is voor een belangrijk deel te danken aan enkele jezuïten en aan het wiskunde-onderwijs in de jezuïtencolleges, vooral die van Antwerpen, Gent en Leuven. Henri Bosmans S.J. heeft tussen de jaren 1900 en 1926 in talrijke bijdragen gewezen op de betekenis van deze jezuïten-wiskundigen. Hij schreef niet alleen over belangrijke figuren als Gregorius a St. Vincentio (1584-1667) of Andreas Tacquet (1612-1660), maar wijdde ook interessante studies aan minder belangrijke als J.K. della Faille (1597-1652), Th. Moretus (1602-1667), A.A. de Sarassa (1617-1667), G.F. de Gottignies (1640-1669), A. Thomas (1644-1709), e.a. Merkwaardig is wel dat in het hele oeuvre van Bosmans niets te vinden is over de laatste in de rij van die 17de-eeuwse jezuïeten-mathematici Ignatus De Jonghe.

Ignatius de Jonghe werd geboren te Beveren in het Waasland op 22 november 1632. Op 15 november 1650 trad hij in het noviciaat van de jezuïeten te Mechelen. Hij onderwees wiskunde en theologie te Leuven en was een tijdlang rector te Ieperen. Hij overleed te Antwerpen op 15 oktober 1692 (1). Aan zijn onderwijs te Leuven herinneren de *Theses Theologicae* die hij zijn studenten liet verdedigen en waarvan er een zevental werden gedrukt te Leuven tussen 1671 en 1674 (2). Het enige wiskundige werk dat hij publiceerde verscheen vier jaar vóór zijn dood te Antwerpen onder de titel : *Geometrica inquisitio in parabolas numero et*

1. Deze gegevens zijn ontleend aan : C. SOMMERVOGEL, **Bibliothèque de la Compagnie de Jésus** (Brussel, Parijs, 1893), vol. IV, 813-814.
2. Zie : C. SOMMERVOGEL, op. cit .

specie infinitas et iisdem congenitas hyperbolas ac praecipue in quadraturam hyperbolae Apollonianae. Autore Ignatio de Jonghe Flandro-Belga Societatis Jesu. Vaenit Antverpiae. Noch drukker, noch jaartal worden vermeld. Het imprimatur is ondertekend door Aegidius Estrix (1624-1694), provinciaal van de Diets-Nederlandse provincie van de Societeit, en draagt als datum : 12 augustus 1687 ; de opdracht van het werk is gedateerd : 15 september 1688, de Approbatio Censoris : 5 oktober 1688. Het boek wordt opgedragen aan don Francisco Antonio de Agurto (†1702), markies van Gastañaga, opperbevelhebber van het leger en gouverneur van de Spaanse Nederlanden.

De Jonghe begint zijn *Geometrica Inquisitio* met de bekentenis dat het zijn eerste mathematisch werk is : *Numquam inter geometras nomen meum professus sum.* Het is blijkbaar ook zijn enige bijdrage gebleven. Over de inhoud en de betekenis ervan is in de mathematisch-historische literatuur praktisch niets te vinden. Alleen A. Quetelet in zijn *Histoire des Sciences mathématiques et physiques chez les Belges* (Brussel, 1864) wijdt er een bladzijde aan. Hij schrijft o.m. (p. 242) : „L'auteur a choisi un sujet qui rentre peu dans les recherches habituelles : il traite des paraboles et des hyperboles, dans l'acception la plus étendue... Il les considère une à une pour connaître leurs propriétés communes... Il examine toutes les relations de ces lignes entre elles. Leur similitude, comme on le conçoit, présente quelques propriétés particulières, mais si spéciales qu'on ne voit pas l'utilité dont elles peuvent être pour la théorie générale. L'auteur s'est occupé ensuite de rechercher plus particulièrement les propriétés des paraboles et des hyperboles ordinaires." Die tekst bewijst overduidelijk dat Quetelet het boek niet heeft gelezen. Het enig juiste in deze samenvatting is, dat De Jonghe handelt over parabolen en hyperbolen van willekeurige orde ; dit zijn de krommen met de vergelijking $y^n = cx^p$ en $y^n x^p = c$, waarin n en p natuurlijk getallen zijn, verschillend van nul. De belangstelling voor die krommen was niet nieuw ; reeds Cavalieri, Roberval, Fermat, Torricelli, Wallis, e.a., hadden geschreven over hun kwadratuur en over de constructie van hun raaklijnen (3). De *Geometrica Inquisitio* is een late bijdrage tot dit onderwerp. De 84 proposities van het werk volgen elkaar op zonder enige indeling in hoofdstukken. Men kan echter drie delen onderscheiden : het eerste bevat de definite en de beschrijving van parabolen en hyperbolen (proposities 1 tot 21), in het tweede vindt men het bewijs dat die krommen kunnen opgevat worden als vlakke

3. Zie : G. LORIA. **Curve piane speciali algebriche e transcendenti. Teoria e Storia** (Milaan, 1930), vol. I, p. 356 vlg., 370 vlg.

doorsneden van kegels (prop. 22-29), het derde en meest omvangrijke behandelt de kwadratuur van parabolen en hyperbolen (prop. 30-84).

Een centrale plaats in het hele werk spelen geometrische rijen en reeksen. Reeds bij het definiëren van parabolen en hyperbolen gaat de Jonghe uit van een oneindige meetkundige rij. Zij *AB* een oneindige rechte, gesneden door de evenwijdige rechten *AY*, *AK* en *AZ* (fig. 1; de letters bij de figuur zijn die gebruikt door de Jonghe). *AI* is de deellijn van hoek *ZAB*. Evenwijdig aan *AB* en op gelijke afstand van die rechte trekt men de lijnstukken *YK* en *ZI*, het eerste tussen *AY* en *AK*, het tweede tussen de benen van hoek *ZAI*. Men interpoleert dan tussen $YK = a$ en $ZI = x$ een aantal gedurig evenredige lijnstukken *OD*, *OE*,

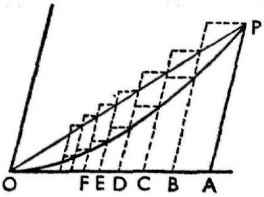
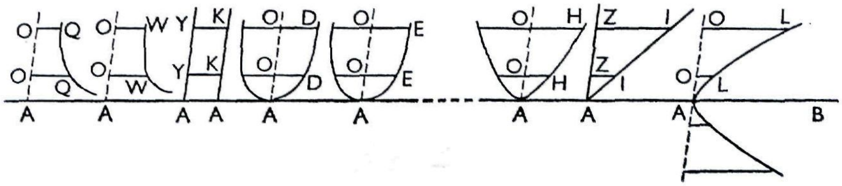


fig. 3

..., *OH*, die men evenwijdig aan *AB* en op dezelfde hoogte als *YK* en *ZI* aanpast aan de rechten *OA* (alle *OA* zijn evenwijdig aan *AY*). Dezelfde constructie wordt uitgevoerd met de lijnstukken *OL*, *OM*, ..., die de meetkundige rij *YK*, *OD*, *OE*, ..., *OH*, *ZI* voorzetten voorbij *ZI*, en met de lijnstukken *OW*, *OQ*, ... die de rij voortzetten vóór *YK*. Herhaalt men het voorgaande voor elke stand van de lijnstukken *YK* en *ZI*, dan ontstaan rechts van *AY* de krommen *DD*, *EE*, ..., *HH*, *LL*, *MM*, ..., links van *AY* de krommen *WW*, *QQ*, ... De eerste groep geeft de grafiek van $y^n = a^{n-p}x^p$ in het eerste kwadrant, de tweede groep de grafiek van $y^nx^p = a^{n+p}$ ($p = 1, 2, 3, ...$).

Om in de eerste groep krommen te bekomen waarvan de vorm gelijkt op die van de gewone parabool $y^2 = ax$, wordt elk lijnstuk *OD*, *OE*, ..., *OH* zowel links als rechts van de bijhorende rechte *OA* afgepast; elk lijnstuk *OL*, *OM*, ..., echter wordt eenmaal boven en eenmaal onder *AB* aangepast aan de rechte *OA*. De krommen die zo ontstaan noemt de Jonghe parabolen; de krommen *WW*, *QQ*, ... zijn de bijhorende hyperbolen. Het getal *n* is de *denominator*, *exponens* of *index* van de rij parabolen. Uit het voorgaande blijkt dat de Jonghe, evenals zijn tijdgenoten, geen gebruik maakt van negatieve coördinaten. De gevonden parabolen vallen dan ook niet voor elke *n* en *p* volledig samen met de krommen $y^n = a^{n-p}x^p$. In de laatste proposities van het eerste deel bewijst de Jonghe nog enkele vrij onbelangrijke eigenschappen van rijen parabolen en hyperbolen. Hij toont o.m. aan dat een willekeurige parabool door interpolatie in elke rij kan ingelast worden.

Het tweede deel begint met de definitie van ellipsen van willekeurige orde. Dit gebeurt aan de hand van figuur 2. *ABDC* is een parallellogram; *BE* en *OF* zijn respectievelijk de deellijnen van de hoeken *ABD* en *ACD*. Een rechte evenwijdig aan *AC* snijdt de benen van hoek *ABE* in *G* en *H* en de benen van hoek *DCF* in *I* en *K*. Tussen de lijnstukken *GH* en *IK* interpoleert men een aantal gedurig evenredige lijnstukken *LM*, *NP*, ...,



RS, die men, zoals hierboven bij de parabolen, aanpast aan weerskanten van de rechten *TV*, *WX*, ..., *YZ*. De krommen die zo ontstaan noemt de Jonghe ellipsen. Stelt men $AB = a$, dan vallen ze — ten minste in het eerste kwadrant — samen met de krommen $y^n = x^p(a - x)^{n-p}$ (4). Op vrij omslachtige wijze wordt dan aangetoond dat elke parabool of hyperbool kan aangezien worden als vlakke doorsnede van een rechte kegel die een van de gevonden ellipsen als grondvlak heeft.

Ter inleiding van het derde deel worden enkele eigenschappen bewezen van oneindige dalende meetkundige reeksen. Opmerkelijk hierin is de duidelijke aanwezigheid van het limietbegrip en het verantwoord gebruik ervan. De Jonghe toont zich hier een uitstekende leerling van Gregorius a St. Vincentio en Andreas Tacquet. Hij verwijst trouwens naar het werk van deze beide wiskundigen voor het bewijs van propositie 31 : „In een oneindige dalende meetkundige reeks is de eerste term middelevenredig tussen het verschil van de eerste twee termen en de som van alle termen". Bij het kwadreren van parabolen en hyperbolen wordt gebruik gemaakt van de twee belangrijke proposities 43 en 47. Popositie 43 kan men, met de letters gebruikt door de Jonghe, als volgt formuleren : Zij $A > C$, $B/D = (A/C)^z$ en $E/H = (A/C)^x$ met $x > z$; zij verder N een willekeurige grootheid en R en S de sommen van de oneindige meetkundige reeksen met N als eerste term en respectievelijk D/B en H/E als reden, dan heeft men :

4. Enkele historische gegevens over die krommen kan men vinden in : G. LORIA, op. cit., p. 376 vlg.

$$\frac{R}{S} = \frac{A^x - C^x}{A^{x-z}(A^z - C^z)}$$

Propositie 47 is in wezen gelijkwaardig met de eigenschap, dat de limiet van een verhouding gelijk is aan de verhouding van de limiet van de teller tot de limiet van de noemer.

Bij het kwadreren van de parabool $y^n = a^{n-p}x^p$ gaat de Jonghe als volgt te werk. Zij OA een raaklijn aan de parabool OP (fig. 3) en AP evenwijdig aan de middellijn. Neem een punt B op OA en bepaal op OA de punten C, D, E, ..., zo, dat OA, OB, OC, OD, ... een oneindige meetkundige rij vormen De lijnstukken AB, BC, CD, ... vormen dan een oneindige dalende meetkundige reeks, waarvan de som OA is. Op die lijnstukken construeert men parallellogrammen omgeschreven (of ingeschreven) aan de parabool en aan de driehoek OAP. op 177

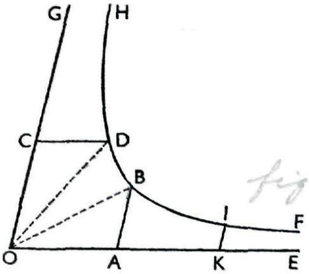


fig. 4

Steunend op propositie 43 bewijst de Jonghe dan, dat de som van de parallellogrammen beschreven om de driehoek staat tot de som van de parallellogrammen beschreven om de parabool zoals $OA^{n+p} - OB^{n+p}$ staat tot $OA^{p-n}(OA^{2n} - OB^{2n})$. Interpoleert men tussen elke twee op elkaar volgende termen van de rij OA, OB, OC, ... steeds meer middelevenredigen, dan nadert de tweede term (die de Jonghe steeds OB noemt) tot de eerste term OA, terwijl de sommen van de omgeschreven parallellogrammen naderen respectievelijk tot de driehoek OPA en tot het stuk OAP onder de parabool. Gaat men met behulp van propositie 47 over op de limiet, dan komt er :

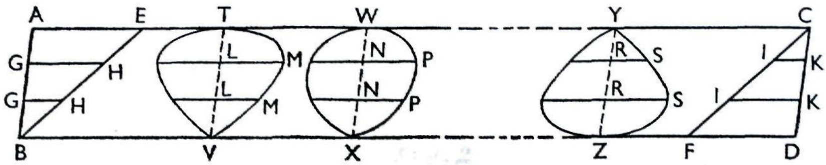
$$\frac{\text{opp. driehoek } OPA}{\text{opp. parabool } OPA} = \frac{n+p}{2n}$$

Dezelfde methode wordt toegepast bij de kwadratuur van de hyperbolen (de hyperbool $xy = a^2$ uitgezonderd). De Jonghe komt tot de volgende resultaten : is *HDBF* (fig .4) de hyperbool $y^n x^p = a^{n+p}$ met $n < p$, dan heeft men :

1. de oppervlakte van *GCDH* is oneindig ;

2. $$\frac{\text{oppervlakte } EABF}{\text{opp. driehoek } OAB} = \frac{2n}{p - n};$$

3. $$\frac{\text{oppervlakte } EOCDBF}{\text{opp. driehoek } OCD} = \frac{2p}{p - n}.$$



Zonder moeite kan uit het voorgaande de oppervlakte van de kromlijnige vierhoek *ABIK* afgeleid worden.

Onopgelost blijft nog de kwadratuur van de gewone hyperbool $xy = a^2$. Ook dit vraagstuk vatte De Jonghe aan. Zijn pogingen strandden echter op een onvoldoende uitgebouwde limiettheorie. In propositie 73 komt hij tot het volgende merkwaardige besluit, dat hij trots als de oplossing van het probleem voorstelt : is *IBDH* (fig. 4) de gewone hyperbool, dan kan de verhouding van de kromlijnige vierhoek *ABIK* tot de driehoek *OKI* niet met lijnstukken worden uitgedrukt. Is *a* een willekeurig lijnstuk, dan bestaat volgens de Jonghe dus geen lijnstuk *b* met de eigenschap :

$$\frac{\text{opp. } ABIK}{\text{opp. drieh. } OKI} = \frac{a}{b}$$

Dit sluit in dat de figuur *ABIK* geen reden kan hebben tot de driehoek *OKI* en dat derhalve de kwadratuur van de gewone hyperbool onmogelijk is. De Jonghe komt tot dit zonderlinge resultaat op grond van een verkeerde limietovergang. Bij de berekening van de hierboven aangegeven verhouding komt een vorm voor die in moderne notaties neerkomt op $n(1 - k^{1/n})$ met k constant en n een natuurlijk getal. Voor n oneindig is de limiet hiervan $-\log k$. De Jonghe stelt echter de limiet gelijk aan nul op grond van de volgende onjuiste redenering : gaat n naar oneindig, dan wordt $1 - k^{1/n}$ nul *en eindig of oneindig dikwijls nul is nog nul.* Een nauwkeuriger onderzoek van die limiet had de Jonghe op het spoor van een belangrijke ontdekking kunnen brengen.

Na de lezing van de *Geometrica Inquisitio* rijst de vraag wat in dit werk origineel is en welke invloed het heeft uitgeoefend. Naast Christiaan Huygens, wiens naam hij eenmaal vermeldt, citeert de Jonghe Frans van Schooten, Johannes Hudde, Gregorius a St. Vincentio en A. Tacquet. Sterk overwegend is de invloed van de laatste twee. Het idee een stijgende meetkundige rij abscissen te gebruiken bij de studie van hyperbolen en parabolen komt reeds voor in het werk van Gregorius a St. Vincentio; terwijl het limietbegrip duidelijk ontleend is aan het werk van de beide jezuïten. Het behandelde probleem : de kwadratuur van parabolen en hyperbolen, was in 1687 niet meer nieuw. Verschillende wiskundigen hadden het reeds opgelost. Een van de merkwaardigste oplossingen vindt men in Fermat's geschriftje *De aequationum localium transmutatione et emendatione ad multimodam curvilineorum inter se vel cum rectilineis comparationem, cui annectitur proportionis geometrica in quadrandis infinitis parabolis et hyperbolis usus* (5). Het is, op enkele details na, dezelfde oplossingsmethode die men terugvindt in de Jonghe's *Geometrica Inquisitio*. Of hij zelfstandig tot die methode gekomen is, of ze integendeel ontleend heeft aan Fermat, is moeilijk uit te maken. Fermat's werkje werd eerst in 1679 gepubliceerd in de *Varia Opera mathematica D. Petri Fermat*. De Jonghe kan het dus wel gelezen hebben. Nochtans pleit de opbouw van zijn werk enigszins in het voordeel van de thesis, dat het ontstaan is onafhankelijk van Fermat's *De aequationum localium transmutatione*.

Het meest interessante aspect van de Jonghe's wiskundig werk is de merkwaardige wijze waarop het limietbegrip wordt gehanteerd. De formulering is weliswaar onbeholpen, maar de inhoud staat dichter bij een verantwoorde limiettheorie dan vele uiteenzettingen in 18de-eeuwse werken over analyse.

De vraag naar de plaats van de Jonghe's *Geometrica Inquisitio* in de geschiedenis van de wiskunde is gemakkelijk te beantwoorden : het heeft niet de minste invloed uitgeoefend en is vermoedelijk totaal onopgemerkt gebleven. De grond hiervoor ligt voor de hand : door de ontdekking van de differentiaal- en integraalrekening was de hele vernuftige theorie voor het kwadreren van parabolen en hyperbolen in een slag overbodig geworden. Het noodlot van de Jonghe's werk is dat het enkele decennia te laat is gekomen. Het illustreert bovendien duidelijk de achteruitgang van het wiskunde-onderwijs bij de Zuid-Nederlandse jezuïten, die er niet in slaagden zich tijdig aan te passen aan de nieuwe situatie geschapen door de ontdekkingen van Newton en Leibniz.

Berglaan 52, Heverlee.

5. **Oeuvres de Fermat,** dl. 1, (Parijs, 1891), 255-288.