

Leerlingen in het speciaal basisonderwijs kunnen meer op het gebied van rekenen-wiskunde

Marjolijn Peltenburg ^{1 2}
Marja van den Heuvel-Panhuizen ^{1 2}
Alexander Robitzsch ³

1 Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht
2 Faculteit Sociale Wetenschappen, Universiteit Utrecht
3 BIFIE, Salzburg



Universiteit Utrecht



IMPULSE



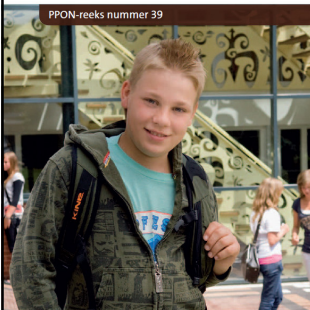
IMPULSE

Inquiring Mathematical Power and Unexploited Learning of Special-Ed students

Primaar onderwijs | Periodieke Proef van het Onderwijsniveau

Balans van het reken-wiskundeonderwijs
in het speciaal basisonderwijs

PPON-reeks nummer 39



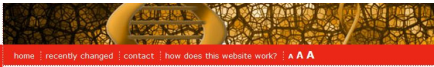
Algemeen vaardigheidsniveau in rekenen-wiskunde

“Veel sbo-leerlingen
hebben een aanzienlijke
achterstand opgelopen in
vergelijking met hun
leeftijdgenoten in de
reguliere scholen.” (p. 8)

(Kraemer, Van der Schoot &
Van Rijn, 2009)

Reactie op lage prestaties

Een vaste aanpak voor het oplossen van rekenopgaven
(bijv., Baker, Gersten, & Lee, 2002; Gelderblom, 2008; National Mathematics Advisory Panel, 2008)



home | recently changed | contact | how does this website work? | A A A

Threading instruction improves weak children's arithmetic

8 April 2003

Dutch research has revealed that pupils at special schools for primary education can best learn arithmetic using one specific strategy. When adding and subtracting with numbers less than 100, these pupils make least mistakes when using the so-called threading strategy (for example, $65 - 23 = 65 - 20 - 3$).

“Leerlingen in het sbo leren het beste rekenen door een specifieke strategie te gebruiken.”

Nadelen van een vaste aanpak

- Gaat in tegen het doel van gecijferdheid ontwikkelen (bijv. Treffers, 1989; Van den Heuvel-Panhuizen, 2001; Warry, Galbraith, Carss, Grice, & Endean, 1992)
- Vraagt om een onnodige lange oplossingsweg (bijv., Torbeyns, De Smedt, Stassens, Ghesquière, & Verschaffel, 2009)
- Impliceert ‘didactische ballast’ voor leerlingen (Van den Heuvel-Panhuizen, 1986)


Relatie tussen procedures en strategieën

	Strategies		
	Number perspective		
	Splitsen	Rijgen	Varia
DS	63-31=*	63-47=	
Direct Subtraction	60-30=30	63-40=23	
			8=20
			4=16
IA	67-52=**	62-58=	
Indirect Addition	50+10=60	58+ 2=60	
	2+ 5= 7	60+ 2=62	
	10+ 5=15	2+ 2= 4	
IS	67-52=**	62-58=	
Indirect Subtraction	60-10=50	62- 2=60	
	7- 5= 2	60- 2=58	
	10+ 5=15	2+ 2= 4	
MO			77-29 =
Multiple operations			77-30=47 or 78-30=48
			47+ 1=48

* The problem can be solved by the following calculation steps. The description of these steps does not necessarily reflect how the problems are or should be noted by students. The students' use of materials and models is left out as well.
** These calculation steps are not very common to solve this problem; they are only given to explain this particular combination of procedure and strategy.

Aftrekopgaven oplossen door aanvullen?

Geen instructie in aanvullen: nauwelijks gebruikt
(e.g., Blöte, Van der Burg, & Klein, 2000; 2001;
Klein, Beishuizen, & Treffers 1998;
Torbeyns et al., 2009a/b)

Instructie in aanvullen: 

Leerlingen hebben moeite met het toepassen van aanvullen
(e.g., De Smedt et al., 2010; Torbeyns et al., 2009a)

Leerlingen zijn in staat om aanvullen te leren gebruiken
(e.g., Blöte Van der Burg, & Klein, 2000; 2001; Klein, Beishuizen, & Treffers, 1998; Menne, 2001)

Invloed op gebruik aanvulprocedure

- **Getallen in opgaven**
Aftrekopgaven met tentaloverschrijding met een klein verschil tussen de getallen, zoals 62–58 (Menne, 2001; Torbeyns, De Smedt, Stassens, Ghesquière, & Verschaffel, 2009)
- **Format (kaal vs. context)**
Kale opgaven stimuleren nauwelijks het gebruik van de aanvulprocedure (Klein et al., 1998; Torbeyns et al., 2009b); Context opgaven hebben de mogelijkheid beide interpretaties van aftrekken te stimuleren (Van den Heuvel-Panhuizen, 2005)

Onderzoeksvragen

- Kunnen sbo-leerlingen spontaan gebruik maken van de aanvulprocedure voor het oplossen van aftrekopgaven tot 100, en welke condities zijn daarop van invloed?
- Helpt het gebruik van de aanvulprocedure sbo-leerlingen om aftrekopgaven tot 100 succesvol op te lossen, en onder welke condities leidt het gebruik van de aanvulprocedure tot goede antwoorden?

Onderzoeksmethode

- Deelnemende leerlingen
 - 56 leerlingen van veertien groep 4 klassen van drie verschillende sbo-scholen
 - 8-12 jaar oud ($M=10.5$; $SD=10.4$ maanden)
 - Cito LOVS E4 ($M=47.8$; $SD=6.8$) lager dan ($d=-0.59$) leerlingen in regulier basisonderwijs ($M=56.4$; $SD=14.6$)
- Materiaal
 - ICT-toets met aftrekoopgaven tot 100

Kenmerken van aftrekitems in ICT-toets

	Getalskenmerken				Format kenmerken			Totaal
	Verschil	10-tal-over-schrijding	Getallen dichtbij een tien	VB	Kaal	Context		
						Afhaal situatie	Aanvul situatie	
	Aantal items							
A	Klein (<7)	Nee	Nee	56-52	1	1	1	3
B	Klein (<7)	Ja	Ja	31-29	1	1	1	3
C	Groot (>11)	Ja	Ja	51-39	1	1	1	3
D	Groot (>11)	Nee	Nee	47-15	1	1	1	3
E	Groot (>11)	Ja	Nee	57-28	1	1	1	3
Totaal					5	5	5	15

51 minuten



al 39 minuten gereden

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

antwoord:



verder ▶

Online leerkracht vragenlijst

- Instructie in leren aftrekken
 - Per email aan 14 leerkrachten van de deelnemende leerlingen
 - Algemene vragen (achtergrond leerkrachten)
 - Vraag naar aftrekken tot 100 m.b.t. geleerde procedures (afhalen of aanvullen)
- 100% response
 - Standaard afhaalprocedure onderwezen
 - 3 leerkrachten ook de aanvulprocedure (16 leerlingen)

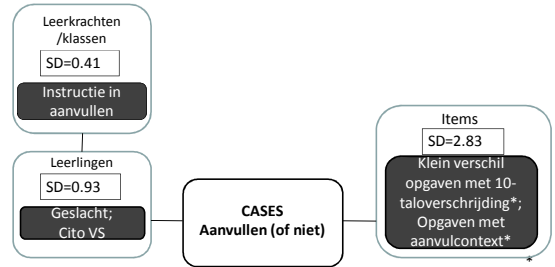
Spontaan gebruik aanvulprocedure

Kruistabel met frequenties van procedures en strategieën voor 768 cases

	Procedures								Totaal
	Afhalen	Aanvullen	Indirect afhalen	Meerdere operaties	Bekend feit	Optellen ipv aftrekken			
	cases (%)	cases (%)	cases (%)	cases (%)	cases (%)	cases (%)	cases (%)	cases (%)	
strategieën	Spplitsen	260 (86)	33 (11)	-	-	-	-	9 (3)	302 (100)
	Rijgen	220 (48)	227 (49)	9 (2)	-	-	-	7 (2)	463 (100)
	Varia	-	-	-	2 (100)	-	-	-	2 (100)
	Bekend feit	-	-	-	-	1 (100)	-	-	1 (100)
Totaal	480 (63)	260 (34)	9 (1)	2 (0)	1 (0)	16 (2)		768 (100)	

Spontaan gebruik aanvulprocedure

768 opgeloste opgaven: Afhalen (63%); Aanvullen (34%)



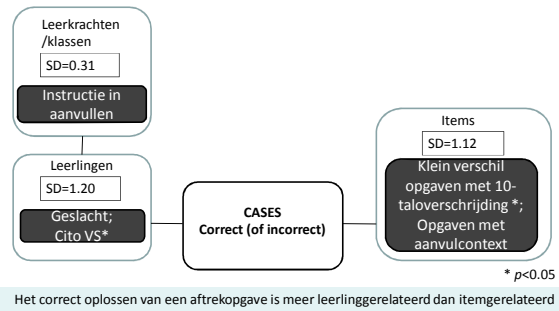
$p < 0.05$
Leerlingen gebruiken de aanvulprocedure op een flexibele, item-specifieke manier

Succesvol oplossen van aftrekopgaven

Aanvullen (260 cases): 68% correct; Afhalen (480 cases): 51% correct

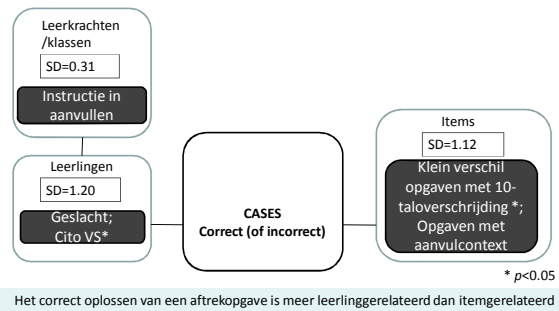
Succesvol oplossen van aftrekopgaven

Aanvullen (260 cases): 68% correct; Afhalen (480 cases): 51% correct



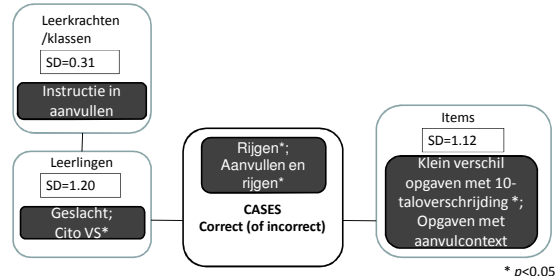
Succesvol oplossen van aftrekopgaven

Aanvullen (260 cases): 68% correct; Afhalen (480 cases): 51% correct



Succesvol oplossen van aftrekepgaven

Aanvullen (260 cases): 68% correct; Afhalen (480 cases): 51% correct



Het correct oplossen van een aftrekepgave is meer leerlinggerelateerd dan itemgerelateerd

Antwoord op onderzoeksvragen

- Sbo-leerlingen maken spontaan gebruik van de aanvulprocedure voor het oplossen van aftrekepgaven tot 100, vooral:
 - in klein verschil opgaven met tientaloverschrijding
 - in opgaven met aanvulcontext
 - Echter, geen invloed was gevonden van instructie in aanvullen
- Het gebruik van de aanvulprocedure helpt sbo-leerlingen om aftrekepgaven tot 100 succesvol op te lossen, vooral:
 - in combinatie met een rijgstrategie
 - in klein verschil opgaven met tientaloverschrijding
 - Echter, geen invloed was gevonden van instructie in aanvullen

Beperkingen van de studie

- Klein aantal scholen / leerlingen
- Geen gedetailleerd onderzoek naar voorgaande instructie in het leren aftrekken tot 100
- Beperkingen van de toets (klein aantal items; vaste volgorde)

Conclusies

Sbo-leerlingen:

- maken spontaan gebruik van de aanvulprocedure
- zijn behoorlijk flexibel in het gebruik van de aanvulprocedure
- zijn zeer succesvol in het aanvullen

Toetsinstrument

- 'Gevoelige' toetsinstrumenten zijn nodig

Instructie in leren aftrekken tot 100

- Afhalen en / of aanvullen?

Onderzoek naar het ondersteunen van zwakke rekenaars

- Focus op basisvaardigheden zoals optellen en aftrekken (Kroesbergen & Van Luit, 2003)
- Nauwelijks aandacht voor hogere orde denkvaardigheden

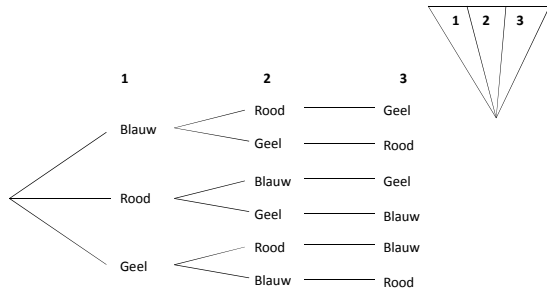
Aanwijzingen voor verborgen reken-wiskundig potentieel bij laagpresteerders

- Studies over **interpreteren van tabellen en maken van grafieken** (Bottge, Rueda, Serlin, Hung, & Kwong, 2007) **het gebruik van schema's** (Van Garderen, 2007) en **het oplossen van opgaven rond verhoudingen** (Van den Heuvel-Panhuizen, 1996)
- Pilot over **het oplossen van elementaire combinatoriek opgaven** in het sbo (Van den Heuvel-Panhuizen & Peltenburg, 2008)



Combinatoriek

Domein van systematisch noteren en tellen (NCTM, 2009)



Waarom combinatoriek in de basisschool?

- Redeneervaardigheden ontwikkelen, zoals opstellen van hypothesen, generaliseren en systematisch werken (bijv., Kapur, 1970, English, 2005, Piaget & Inhelder, 1975)

Kunnen basisschooleerlingen combinatoriekopgaven leren oplossen?

- Leerlingen blijken succesvol in het oplossen van twee- (XxY) en drie- (XxYxZ) dimensionale combinatoriekproblemen (English, 1993; 1996; 2005).
- Gebruik van steeds meer geavanceerde aanpakken
- Inbedding in rijke en betekenisvolle contexten (bijv. Maher et al., 2010)

Onderzoeksvragen: elementaire combinatoriek

Prestaties

1. Verschillen in prestaties tussen sbo-leerlingen en bao-leerlingen?
2. Hoe ontwikkelen de prestaties van sbo- en bao-leerlingen zich over de loop van de jaargroepen heen?

Strategieën

3. Verschillen in strategieën tussen sbo-leerlingen en bao-leerlingen?
4. Hoe ontwikkelen de strategieën van sbo- en bao-leerlingen zich over de loop van de jaargroepen heen?

Onderzoeksmethode: deelnemende leerlingen

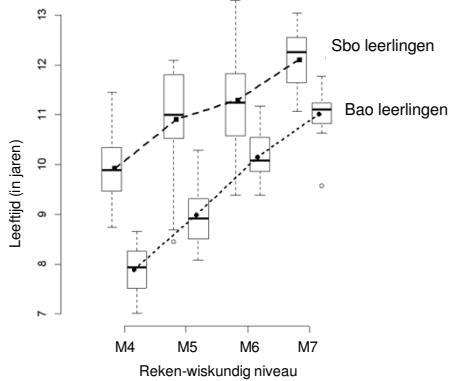
- 84 leerlingen van 5 sbo-scholen (8-13 jarigen, $M=11.1$; $SD=1,1$)

Cito LOVS toets rek-wis.	M4	M5	M6	M7
N	19	22	20	23

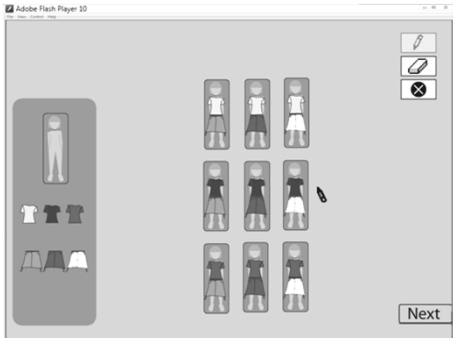
- 76 leerlingen van 5 bao-scholen (7-11 jarigen, $M=9.4$; $SD=1,3$)

Cito LOVS toets rek-wis.	M4	M5	M6	M7
N	20	20	19	17

Leeftijdgebonden toename in reken-wiskundig niveau zoals vastgesteld met de Cito LOVS toets voor sbo- en bao-leerlingen



Methode: dataverzameling



Resultaten: prestaties

- Per school type
 - Sbo-leerlingen: 56% correct score
 - Bao-leerlingen: 57% correct score
- Geen significant verschil: $t(158)=-.26, p=.79$

Resultaten op basis variantie analyse prestaties voor modellen met Leeftijd, Reken-wiskundig niveau en School type als predictoren

	Model 1 (Mathematical level, School type)			Model 2 (Age, School type)			Model 3 (Mathematical level, Age, School type)			
	<i>df</i>	<i>F</i>	<i>P</i>	η^2	<i>F</i>	<i>p</i>	η^2	<i>F</i>	<i>p</i>	η^2
Math level	1	76.38	.00	.325				16.80	.00	.072
Age	1				36.37	.00	.189	.00	.96	.000
School type	1	1.06	.31	.005	.09	.76	.000	.30	.59	.001
Math level*School type	1	.94	.33	.004				1.17	.28	.005
Age*School type	1				.03	.87	.000	.63	.43	.003
<i>R</i> ²			.34			.19			.34	

Resultaten: strategieën

Strategy type (Cases, %)				
	Systematic	Semi-systematic	Non-systematic	Total



Resultaten: strategieën

Strategy type (Cases, %)					
		Systematic	Semi-systematic	Non-systematic	Total
School type	SE	216 (45)	183 (38)	81 (17)	480 (100)
	RE	236 (49)	178 (37)	66 (14)	480 (100)
	Total	452 (47)	361 (38)	147 (15)	960 (100)

(Phi = .051, Chi² = 2.485, df = 2, p = .29)



Resultaten op basis variantie analyse strategieën voor modellen met Leeftijd, Reken-wiskundig niveau en School type als predictoren

	Model 1 (Mathematical level, School type)			Model 2 (Age, School type)			Model 3 (Mathematical level, Age, School type)			
	df	F	p	η ²	F	p	η ²	F	p	η ²
Math level	1	63.89	.00	.283				23.94	.00	.106
Age	1				23.26	.00	.130	1.79	.18	.008
School type	1	4.36	.04	.019	.91	.34	.005	.05	.82	.000
Math level*School type	1	3.44	.07	.015				.55	.46	.002
Age*School type	1				.27	.60	.002	.01	.93	.000
R ²			.31			.13				.32

Conclusies: elementaire combinatoriek

- Sbo-leerlingen even succesvol als bao-leerlingen
- Een significante en vergelijkbare groei in prestaties voor toenemend reken-wiskundig niveau
- Sbo-leerlingen gebruiken gemiddeld even vaak een systematische strategie als bao-leerlingen
- Een significante groei in gebruik van systematische strategieën voor toenemend reken-wiskundig niveau

Leerkrachtopvattingen

- Het belang van het hebben van hoge verwachtingen (Rosenthal & Jacobson, 1968)
- Hoge verwachtingen, hoge leeropbrengsten (O'connell, Dusek, & Wheeler, 1979; Beswick, 2008)
- Lage verwachtingen van laagpresteerders (Brophy & Good, 1986; Zohar, Degani, & Vaaknin, 2001; Secada, 1991).
Zichtbaar in:
 - Onderwijsaanbod (e.g, Beswick, 2008; Jungbluth, 2003; Rosenthal & Jacobson, 1968; Brophy, 1979)
 - Leerprestaties (Jepma & Meijnen, 2004)

Bevindingen

- Merendeel van leerkrachten vindt dat er sprake is van onbenut reken-wiskundig potentieel bij sbo-leerlingen
- Onderbouwing van hun mening met empirisch bewijs
- Ideeën over het zichtbaar maken van potentieel

Hoofdconclusie dissertatieonderzoek

Ja, er is sprake van onbenut potentieel op het gebied van rekenen-wiskunde in het sbo. Zowel m.b.t. het aftrekken tot 100 als tot het onderwerp elementaire combinatoriek kunnen sbo-leerlingen meer dan vaak wordt gedacht.

Aanbevelingen

1. Meer open staan voor de reken-wiskundige mogelijkheden van sbo-leerlingen
2. Gebruikmaken van toetsinstrumenten die het reken-wiskundig potentieel van sbo-leerlingen zichtbaar kunnen maken
3. Gebruikmaken van de overtuigingen van leerkrachten in het sbo over het bestaan van onbenut potentieel bij hun leerlingen

Publicaties

Peltenburg, M., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2012). Teacher perceptions of the mathematical potential of students in special education in the Netherlands. *European Journal of Special Needs Education*, 27(3), 391-407.

Peltenburg, M., Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Robitzsch, A. (2012). Special education students' use of indirect addition in solving subtraction problems up to 100 - A proof of the didactical potential of an ignored procedure. *Educational Studies in Mathematics*, 79(3), 351-369.

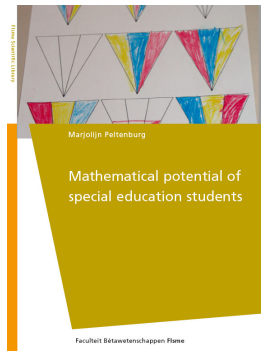
Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Peltenburg, M. (2011). A secondary analysis from a cognitive load perspective to understand why an ICT-based assessment environment helps special education students to solve mathematical problems. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 10(2), 23-41.

Peltenburg, M., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Robitzsch, A. (2010). ICT-based dynamic assessment to reveal special education students' potential in mathematics. *Research Papers in Education*, 25(3), 319-334.

Peltenburg, M., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Doig, B. (2009). Mathematical power of special educational needs pupils: An ICT-based dynamic assessment format to reveal weak pupils' learning potential. *British Journal of Educational Technology*, 40(2), 273-284.

Proefschrift

Peltenburg, M. (2012). *Mathematical potential of special education students*. Utrecht: Fisme Scientific Library, Utrecht University.



Contact:

M.Peltenburg@uu.nl
