

Sommen en authenticiteit

Rekenmethodes en toetsing 2F en 3F

Voor deze special van *Volgens Bartjens en Euclides* heeft de redactie verschillende methodes voor vo en mbo gevraagd opgaven¹ te selecteren op niveau 2F en 3F. Er blijkt in de dagelijkse onderwijspraktijk onduidelijkheid te bestaan over wat nu eigenlijk precies bepaald of een opgave als 2F of 3F gekwalificeerd moet worden. Wij vroegen twee deskundigen hoe zij aankijken tegen het niveau van opgaven in methodes.

Minimarktonderzoek

De methodes die nu op veel scholen voor vo en/of mbo gebruikt worden zijn over het algemeen ontwikkeld op basis van het referentiekader zoals dit door de commissie Meijerink is verwoord. De methodemakers (en uitgevers) konden op het moment van ontwikkeling nog niet voorzien welke keuzes er voor examinering en toetsing gemaakt zouden worden, omdat er door nog geen syllabi (mbo) en rekentoetswijzers (vo) waren. Inmiddels zijn daarvan conceptversies beschikbaar. Veel docenten ervaren momenteel een discrepantie tussen de stof uit de methodes en de opgaven in de toetsen en examens. Methodes werken inmiddels aan nieuwe versies die beter aansluiten.

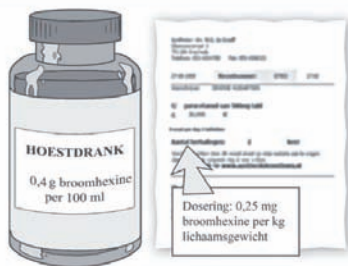
In nascholingen en tijdens studiedagen en conferenties worden veel vragen gesteld over waar nu eigenlijk de verschillen tussen 2F en 3F uit blijken en wat nu precies tot de verplichte examenstof hoort en wat niet. We hebben geselecteerde opgaven uit vijf methodes (Getal en Ruimte, Moderne wiskunde, Gecijferd!, Startrekenen en Rekenblokken) voorgelegd aan twee deskundigen die op diverse manieren betrokken zijn bij het rekenonderwijs en de toetsing ervan in vo en mbo, Monica Wijers (MW) van het Freudenthal Instituut en Victor Schmidt (VS) van SLO. De vraag aan hen was: *Is deze opgave echt 2F of 3F en waarom (niet)?* Waar mogelijk geven ze tips hoe je de opgave geschikt kunt maken voor het andere niveau. Bovendien is er gekeken naar de aansluiting bij het pilotexamen rekenen (mbo) en de pilotrekentoets voor het vo.

Een algemene opmerking die bij veel opgaven uit de verschillende methodes gemaakt werd, betrof het authentieke karakter van deze opgaven. In een authentiek probleem wordt de situatie geschetst, vaak ook ondersteund met beeld en authentieke bronnen, en vervolgens wordt het probleem/de vraag geformuleerd. In aansluiting op wat in het referentiekader staat over de niveaus 2F en 3F is in de Rekentoetswijzers en syllabi 2F en 3F vastgelegd dat in een rekentoets of -examen opdrachten horen met authentieke situaties waarin een probleem wordt gesteld dat met functioneel gebruik van rekenkennis en -vaardigheden kan worden opgelost. In de methodes worden voor de onderwijssituatie geregeld ook andere keuzes gemaakt. Daar zie je bijvoorbeeld dat tabellen vereenvoudigd en gestileerd zijn of dat er onrealistische mooie ronde getallen worden gebruikt. We hebben de opmerkingen die daarover gemaakt zijn verder weggelaten en laten het bij deze algemene constatering.

1. Startrekenen

VS: Nevenstaande opgave past goed bij niveau 3F. Bij a moet een leerling eerst bedenken dat 25 cl gelijk is aan 250 ml en vervolgens concluderen dat er $2,5 \times 0,4 \text{ g} = 1 \text{ g}$ broomhexine in de fles zit. Dat zou nog op 2F-niveau kunnen, hoewel aan de moeilijke kant voor 2F. Vraag b is erg mooi en past goed bij 3F. Eerst recept goed lezen, dan berekenen dat je $80 \times 0,25 \text{ mg} = 20 \text{ mg}$ per keer moet innemen en dan omrekenen naar dosering in ml. Past erg goed bij 3F. Een 2F-variant van de b-opgave kan luiden: Hoeveel mg broomhexine

Opdracht 2
Bekijk de afbeelding.



De inhoud van dit flesje hoestdrank is 25 cl.

- Laat met een berekening zien hoeveel broomhexine er in het flesje zit.
- Je weegt 80 kg. Laat met een berekening zien hoeveel ml hoestdrank je in moet nemen.

1. Startrekenen *Bewerkingen 3F*

Authentieke problemen

heeft iemand van 80 kg per keer nodig? Of: hoeveel ml moet iemand innemen die 20 mg broomhexine nodig heeft?

MW: Een vraag met twee deelvragen is per definitie meer een sommetje dan een authentiek probleem en past dan ook niet goed bij het functionele karakter van 3F. Toch kijk ik er even met een 3F-blik naar. Ik richt me dan op deelopdracht b. Die typeer ik als een 3F-opdracht. Er zijn relatief veel gegevens en de manier waarop je het probleem moet aanpakken is niet onmiddellijk duidelijk (zeker niet als je a weglaat). De gegevens hangen samen; de deelnemer moet die samenhang begrijpen en gebruiken en er vervolgens in een serie stappen berekeningen mee uitvoeren. Dit combineren van gegevens en berekeningen is kenmerkend voor een 3F-opdracht.

2. Rekenblokken

2. Rekenblokken 2F Verhoudingen

MW: Een illustratie van de modelauto, met de afmeting erbij en eventueel ook het doosje waarop de schaal leesbaar is, zou de situatie authentiek neerzetten. Bovendien zou dit een deel van de tekst overbodig maken. Als we daar even doorheen kijken is dit een vraag passend bij 2F. De situatie is helder en de vraag is eenduidig. Het is duidelijk wat er berekend moet worden en het rekenwerk is beperkt en tamelijk eenvoudig. Dat maakt het een 2F vraag.

VS: Vooral de opgave met de modelauto past goed bij 2F. Van belang is het feit dat de verhouding 1 : 50 eenvoudig is. Zou de verhouding bijvoorbeeld 3 : 44 zijn, dan is ze te moeilijk voor 2F én voor 3F. Een 3F-variant van deze opgave kan bestaan uit twee modelauto's met de vraag hoeveel meter hun lengtes in werkelijkheid verschillen.

3. Gecijferd!

MW: Deze opgave bevat erg veel informatie zowel in beeld als in tekst. De situatie is complex, wat duidt op een 3F-vraag. De koptekst 'syste-

matische probleemaanpak' wijst er ook op dat dat is waar het in deze situatie om draait. Het is mijns inziens een opgave die zich goed leent om in een lessituatie door groepjes leerlingen te laten maken. Het maken van een plan, het verdelen van het rekenwerk en het bij elkaar brengen en vergelijken van de verschillende resultaten kan heel goed in een groep worden uitgevoerd. Dergelijke complexe, authentieke en rijke rekensituaties, zijn erg belangrijk in het onderwijs zeker voor referentieniveau 3F. In een onderwijssituatie kunnen bij het oplossen van dit probleem ook keuzes worden gemaakt en verantwoord: ga je wel tapijttegels gebruiken als er ook ergens staat dat je geen naden wilt in tapijt? Wil je tegels op maat snijden of neem je alleen tegels als het precies past? Dit past bij een authentieke situatie. In een toetssetting zit er niets anders op dan deze overwegingen geen rol te laten spelen en gewoon maar elke optie door te rekenen (wat nog behoorlijk lastig is). VS: Typische 3F-opgave, want: veel relatief eenvoudige berekeningen, op- en afrondproblematiek, extra complicatie door extra 2m². Een 2F-variant van deze opgave kan zijn: Uitrekenen hoeveel het kost om alleen de woonkamer met tapijt Twinkle te bekleden. De context wordt daardoor eenvoudiger, maar de aard van de opgave blijft min of meer hetzelfde.

Tegel Tosca	100% polyamide blauw 50x50 cm Art. nr: 20200111	€ 2,99
Tapijt Twinkle	100% polypropyleen groen 400 cm Art. nr: 20114181	€ 39,96
Laminaat Maxiclip	HDF antartica 2,08 m² Art. nr: 23100090	€ 30,88

Je moet in dit appartement vloerbedekking kiezen voor de woonkamer, de slaapkamer en de hal. Je wilt in tapijt geen naden hebben; dat moet dus per ruimte uit één stuk zijn. Rond de benodigde lengte naar hele meters af. Tel bij de berekende vloeroppervlakte voor de zekerheid 2 m² op en rond af op hele vierkante meters; dan kom je nooit tekort.

Wat kost de goedkoopste vloerbedekking ongeveer?

3. Gecijferd! Meten/meetekunde 3F

EKA
Poule EKA

Pos.	Team	GS	GW	GL	VL	V	T	PIM	PT
1	TDP/Wereldtictets.nl 1	5	5	0	0	86	67	0	10
2	DeetosSnel/Volhuis 1	5	4	0	1	76	62	0	8
3	PKC/Lukassenkoer 1	5	2	0	3	86	78	0	4
4	KVS 1	5	2	0	3	75	75	0	4
5	Dalto 1	5	2	0	3	67	79	0	4
6	SKF 1	5	0	0	5	64	93	0	0

Legenda

GS	Gespeelde wedstrijden	V	Doelpunten voor
GW	Gewonnen wedstrijden	T	Doelpunten tegen
GL	Geëijk gespeelde wedstrijden	PIM	Punten in mindering
VL	Verloren wedstrijden	PT	Punten

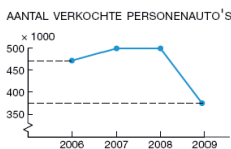
4. Moderne Wiskunde Verbanden 2F

4. Moderne Wiskunde

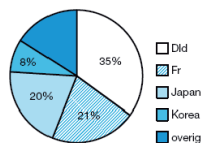
MW: Echt een wiskundesommetje, met weinig functioneel gebruik van rekenen. Dit komt met name door de vorm van de opdracht. Het zou beter bij 2F passen als alleen de illustratie met het opschrift 'stand van de ereklasse korfbal' was neergezet als situatie, met daarbij een van de afleesvragen (b of c). Dit lijkt me dan een makkelijke 2F vraag uit het domein verbanden.

VS: Deze opgave past goed in 2F. Het is in de huidige vorm vooral een afleesopgave, maar dat is onderdeel van referentieniveau 2F. Zou er in plaats van V en T alleen het doelsaldo vermeld staan, zoals gebruikelijk bij de competitieoverzichten betaald voetbal, dan krijgt onderdeel c iets extra's, maar komt dan meer in de buurt van 3F. Verder zou op 3F-niveau een vraag gesteld kunnen worden als: Dalto 1 speelt tegen KVS 1. Wanneer wisselen beide korfbalteams van plaats in de competitie? Met een aantal keuzealternatieven: KVS 1 wint van Dalto 1 met 12 – 9, ...

6 Zie de diagrammen hieronder.



HERKOMST 2008



a Hoeveel Duitse auto's werden in 2008 verkocht?

b Er werden in 2008 minder auto's uit Korea verkocht dan uit Japan. Hoeveel procent minder?

c Er werden in 2006 evenveel auto's uit Frankrijk verkocht als in 2008. Hoeveel was het marktaandeel van de auto's uit Frankrijk in 2006?

5. Getal & Ruimte Verbanden 3F

5. Getal & Ruimte

VS: Dit is vooral een 3F-opgave omdat er twee

Uit de syllabus rekenen 2F mbo

Complexiteit van de opgaven

De opgaven voor 2F en 3F verschillen niet zozeer op het gebied van inhoud, maar wel in de mate van complexiteit van de toepassings-situaties en de vraagstelling. Dit is overigens geen 'hard' onderscheid maar een continuüm (glijdende schaal). Factoren die de complexiteit van een opgave bepalen zijn onder andere:

Tekstuele aspecten

- helderheid van het probleem (van duidelijk/expliciet tot verborgen/impliciet)
- extra of ontbrekende informatie (geen of enige extra of ontbrekende informatie)
- het taalniveau van de tekst en de vraagstelling

Rekenaspecten

- complexiteit van de numerieke of meetkundige gegevens (van concreet en eenvoudig tot complex waarbij combineren nodig is)
- soort bewerking/vaardigheid (van eenvoudig tot complex)
- verwachte aantal bewerkingen (van een enkele tot verschillende gecombineerd).

Een opgave uit 2F onderscheidt zich bijvoorbeeld van een vergelijkbare opgave uit 3F, doordat 1. nagenoeg meteen duidelijk is wat er wordt gevraagd; 2. de vertaling van situatie naar een 'model' eenvoudiger is uit te voeren; 3. er minder vaak informatie en berekeningen gecombineerd hoeven te worden; 4. het oplossen minder stappen vraagt. Zoals eerder opgemerkt is het geen 'hard' onderscheid en niet altijd zal op alle aspecten het verschil tot uitdrukking komen.

bronnen gecombineerd moeten worden. Een 2F-variant zou enkel uit het cirkeldiagram kunnen bestaan. Het aantal verkochte auto's in 2008 zou vervolgens gegeven moeten worden.

MW: Het combineren van gegevens uit verschillende grafische voorstellingen in combinatie met rekenwerk zoals bij deelvraag c maakt dat een 3F-vraag. Of het echt om een authentiek probleem gaat, is een beetje de vraag. De gegevens over 2006 zijn immers bekend en het zou meer voor de hand liggen om op basis daarvan het marktaandeel van Frankrijk in 2006 te bepalen dan via de omweg van 2008.

Afsluitende opmerkingen

We kunnen stellen dat de methodes over het algemeen een grotere diversiteit aan opdrachten bevatten dan de toetsen, maar dit was ook te verwachten. Methodes bevatten bijvoorbeeld over het algemeen meer kale opgaven dan gezien de toetsing noodzakelijk of zelfs gewenst is. Daarbij moet worden bedacht dat de leerlingen dit type opgaven natuurlijk moeten oefenen. Over de kenmerken die een 2F-opgave van een 3F-opgave onderscheiden geeft de Syllabus Rekenen 2F mbo informatie (zie kader). In deze syllabus is een aantal voorbeelden opgenomen, die op beide niveaus zijn uitgewerkt om het verschil aan te geven.

Monica Wijers is onderzoeker en onderwijsontwikkelaar bij het Freudenthal Instituut. Victor Schmidt is projectleider rekenen in vo en mbo bij SLO.

Noot

1. In dit artikel kunnen we slechts enkele opgaven de revue laten passeren, op de website van *Volgens Bartjens* en *Euclides* zijn meer voorbeelden te vinden.

www.volgens-bartjens.nl

