Wiskunde voor Dichters

Michiel Doorman, Freudenthal Instituut - Universiteit Utrecht
e-mail: `M.Doorman@fi.uu.nl`

Inleiding

Veel onderwerpen binnen de wiskunde spreken een breder publiek aan dan alleen béta's. Bekende voorbeelden zijn: het begrip oneindig, de vierde dimensie en de gulden snede. Bovendien komen wiskundige thema's en methoden veelvuldig terug in andere disciplines. Wiskunde is een vakgebied met brede toepasbaarheid en kent een eeuwenlange verwondering die ze bij beoefenaren en andere geïnteresseerden gewekt heeft. Dat is ons romantische beeld van wiskunde.

Erasmus karakteriseert de wiskundige in Lof der Zotheid (1514) als volgt:

> Zij zien laag neer op het oningewijde gemeen, als zij drie- en vierhoeken, cirkels en andere meetkundige figuren, de een over de andere tekenen en als in een doolhof dooreen laten lopen,

> vervolgens letters als in slagorde scharen, die ze nu eens op deze, dan weer op gene wijze rangschikken, om zo onervarenen zand in de ogen te strooien.

Is deze karakterisering het gevolg van een exacte benadering van de wiskunde die bij Erasmus - en helaas ook bij vele anderen - een beeld van wiskunde en wiskundigen levert dat weinig recht doet aan de romantische doelstellingen?

Met Wiskunde C is op het vwo een mogelijkheid geopend om niet-bèta's te interesseren voor en succeservaringen te laten opdoen met wiskunde. Het nieuwe cTWO programma voor wiskunde C is algemeen vormend in de zin dat het leerlingen voorbereidt op de (informatie)maatschappij en vervolgopleidingen, enerzijds met relevante onderwerpen zoals statistiek en anderzijds door aandacht te geven aan redeneren, argumenteren en reflecteren. Binnen het nieuwe wiskunde C wordt bovendien gewerkt in contexten die passen in het C&M-profiel. Dit betekent dat er minder nadruk ligt op het verwerven en automatiseren van wiskundige technieken en dat er meer aan-dacht is voor de cultuurhistorische waarde van wiskunde in onze maatschappij.

Op de Universiteit Utrecht bestaat het vak Wiskunde voor Dichters, Denkers en Doeners voor niet-bèta's dat ook een dergelijk doel beoogt: wiskundige vorming in samenhang met de historische en culturele plaats van wiskunde in wetenschap en maatschappij. Wat is mogelijk met een andere benadering van de wiskunde? Hoe reageren leerlingen op experimenten met nieuwe onderwerpen voor Wiskunde C en hoe reageren studenten op Wiskunde voor Dichters?

Uitgangspunt bij deze initiatieven is dat een benadering van het proces van abstraheren wordt beoogd die voor deze doelgroep minder abstract is dan de benadering die ze eerder in hun schoolloopbaan ervaren hebben. Abstracte begrippen en concrete toepassingen worden in samenhang benaderd om hen de gelegenheid te geven de werkplaats van de wiskundige te betreden en te waarderen (Freudenthal, 1967). In dit artikel volgen eerst drie pogingen hiertoe uit het college Wiskunde voor Dichters. Na die voorbeelden volgt een selectie uit het werk van leerlingen en studenten met een reflectie op de oorspronkelijke doelstellingen van wiskunde voor niet-bèta's.

Drie voorbeelden uit het college Wiskunde voor Dichters

1. Ordenen, structureren, abstraheren en de schoonheid van een bewijs

In het eerste college van Wiskunde voor Dichters staan de oorsprong van wiskundige begrippen en het proces van abstraheren centraal. We bekijken filmpjes van jonge kinderen en telproblemen. Esther Gerritsen observeert een vroege wiskundige activiteit:

> "Als ik niet op mijn dochter let en ze ook geen televisie van me mag kijken, begint ze zich na een tijdje enorm te vermaken met mijn spullen te verplaatsen naar plekken waar ze niet horen. (...) Wat ze dan bijvoorbeeld doet is alle nietjes uit zo'n klein doosje halen, uit elkaar breken en in een theepot stoppen. Of ze opent mijn gereedschapskist, legt alle schroevendraaiers in mijn bed en verdeelt de spijkers en schroeven over heel veel theekopjes." (VPRO-gids)

Die activiteit van ordenen, het verdelen van voorwerpen over bakjes, zullen vele ouders van jonge kinderen herkennen. Het is fundamenteel voor het latere tellen. Iets wat vaak als triviale activiteit wordt gezien, maar waarbij meer wiskunde komt kijken dan je denkt: het op een rijtje leggen (ordenen) van de te tellen objecten, het opzeggen van de telrij synchroon met het aanwijzen van die objecten en het inzicht dat met het benoemen van het laatste object ook de omvang van de verzameling wordt vastgesteld (verbinden van ordinaal en kardinaal getalbegrip). Uiteindelijk zijn getallen en telwoorden zelfstandige objecten, onafhankelijk van de aard van de getelde voorwerpen. Zo ook ontstaan wiskundige groepen om structuren van verzamelingen te bestuderen onafhankelijk van de aard van hun elementen. In het onderwijs reflecteren we meestal weinig op het proces van abstraheren naar die wiskundige objecten. In dat proces vormen zich zowel de wiskundige begrippen als de bijbehorende taal en notaties. Inzicht in en misschien ook zelfs het doorlopen van dat proces is belangrijk voor het begrijpen en flexibel kunnen hanteren van die wiskundige begrippen en werkwijzen.

In de werkplaats van de wiskundige is dit proces van abstraheren een zoektocht naar patronen en structuren (van der Blij, 2004). Deze zoektocht is ook in de schilderkunst mooi zichtbaar. Bekende voorbeelden zijn het ontstaan van perspectief tijdens de renaissance en de opkomst van abstracte schilderkunst binnen de Stijl begin 20e eeuw. Rudi Fuchs beschrijft elementen daarvan in een column over Mondriaans' Studie bomen 1 van 1912. Deze studie betreft een kale boom die Mondriaan in de zomer van 1912 getekend heeft en die dus eigenlijk vol bladeren zat. Fuchs:

> “Dus terwijl hij tekende, heeft hij de boomkruin ontbladerd, en zo als melodische vertakking van kronkelige lijnen gezien - omdat het hem ging om de ritmiek en het rijm ervan. (...) Ook in andere werken uit die jaren werd een intuïtie van abstractheid geleidelijk merkbaar - en toen begon hij zo ook te kijken. (...) Daarbij, in zijn zorgvuldige kijken, zien we dat de ruimtes tussen de takken (de doorkijkjes) visueel steeds zelfstandiger worden. (...) De takken van bomen, liet Mondriaan zien, werken als contourlijnen van open vlakken die, in hun onderlinge verhouding, weer een eigen dynamisch patroon vormen. Zo is het, kort gezegd, met de abstractie begonnen. Nu, honderd jaar later, is dat zo kijken een eigen, vruchtbaar idioom geworden.” (De Groene Amsterdammer, 26.01.2012)

Enkele maanden later komt Rudi Fuchs weer terug op dit proces van abstraheren als hij werk van Cassée bespreekt:

> "Vanaf het moment dat een vorm hem opvalt, begint hij te tekenen en te abstraheren. Dat laten de schetsboekjes goed zien. Het maken daarna van een prent is een behoedzaam proces van verdere reductie waarbij de vormen ontdaan worden van elk visueel rumoer. (...) De tijd die het kost om een prent te maken is ook de tijd, eigenlijk, die een kunstenaar heeft om naar de groei van het beeld te kijken. (...) Door langer te blijven kijken begon hij steeds meer te zien. Daarin beleven deze kunstenaars hun avontuur - dat ons meevoert naar wat wij ook nooit zo gezien hebben." (De Groene Amsterdammer, 14.06.2012)

Vormen ontdoen van visueel rumoer. Het lijkt alsof abstractie de kunst van het weglaten is. Liever spreken we over de kunst van het zien: het identificeren, soms zelfs creëren, van de essentie van dat wat wordt afgebeeld. Daarmee is het abstraheren een constructief en creatief proces. Een creatief proces dat veel gemeenschappelijk heeft met de manier waarop in de wiskunde zich objecten als getallen en groepen zich vormen.

Deze voorbeelden vertellen misschien niet iets over de wiskunde zelf, maar illustreren het proces van abstraheren. Een proces dat met dergelijke analogieën meer betekenis kan krijgen.

In het zoeken naar de kern van een beeld, structuur of patroon zijn er dus overeenkomsten te herkennen tussen wiskundigen en kunstenaars. Hoe zit dat met de esthetische waarde van het eindproduct? Kunnen we vergelijkbare kenmerken hanteren bij het beschouwen van een mooi bewijs en een kunstwerk?

In het college Wiskunde voor Dichters wordt daartoe het volgende probleem behandeld:

Hoeveel 7's komen voor in de getallen van 0 tot 1000?

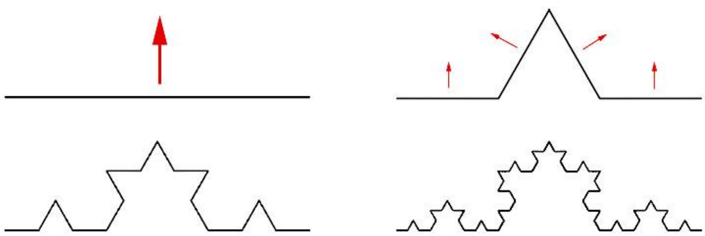
Twee uitwerkingen worden naast elkaar gezet. In de eerste wordt het antwoord gezocht met systematisch tellen van 7's in de achtereenvolgende getallen. Dat levert een patroon waarbij je 20 7's vindt in de eerste 100 getallen. Dit is te extrapoleren naar de volgende 100-tallen, waarbij je alleen iets speciaals moet doen met de getallen van 700 tot 799. Uiteindelijk vind je zo een totaal van 300 7's.

De tweede uitwerking maakt gebruik van een blikwisseling van getallen naar cijfers: ieder getal tussen 0 en 1000 kan worden gerepresenteerd met 3 cijfers (van 000 tot 999). Uitgaande van een eerlijke verdeling van de cijfers 0-9 over deze drie posities geeft 3000 cijfers, waarvan 1/10 een 7 is. En dus volgt verrassend eenvoudig het resultaat: 300 7's.

Welke uitwerking vind je mooist en waarom? Bij het eerste bewijs zie je precies wat gebeurt en sluit het zoekproces aan bij je eerste ideeën over een natuurlijke benadering van het probleem. De tweede uitwerking bevat een blikwisseling en laat zich eenvoudig toepassen op variaties in het probleem. Maar het mooie is dat een aantal studenten aarzelden over de tweede uitwerking (ongeacht het identieke antwoord). Hoe weet je zeker dat de cijfers van alle getallen gelijkmatig verdeeld zijn? Het leuke en leerzame van zo'n bespreking is dat zowel esthetische aspecten een rol spelen als inzicht en reikwijdte van de onderliggende redenering ("hoe kom je op die blikwisseling, typisch iets van een wiskundige" verzucht een student). Na het bespreken van een gedicht dat zou kunnen gaan over een wiskundige (de Albatros van Baudelaire die vleugellam is tussen de 'gewone' mensen op het dek van een schip) komen gemeenschappelijke kenmerken van bewijzen en gedichten aan de orde. Overeenkomsten in vormkenmerken (eenvoud, elegantie, symmetrie) en betekenis geven (gebruik van analogie, metaforen, generaliserend, verbindend, kernachtig, inzicht leverend). Is dit zoeken naar overeenkomsten misschien wat vergezocht? Zoek zelf de overeenkomst tussen wiskunde en Gerrit Komrij's definitie van poëzie: "Poëzie is er voor het intellectuele spel en het verruimde kunstbegrip" (Komrij, 1995).

2. Fractals en hun dimensie

In het college komt 'echte' wiskunde aan de orde in onderwerpen waarvoor in het reguliere lesprogramma op de middelbare school vaak weinig gelegenheid is. Hopelijk kunnen uw leerlingen in een praktische opdracht iets over fractals en fractale dimensies verkennen. Hoewel er interactieve lessen nodig zijn om een nieuwe benadering van dimensie met hen te behandelen. Een benadering waarvoor niet meer achtergrond nodig is dan wiskunde uit 3 havo/vwo. Eerst bekeken we een aantal bekende krommen, hun definities en het kenmerk zelfgelijkvormigheid. Hierbij ontbreekt niet de bekende Koch kromme.



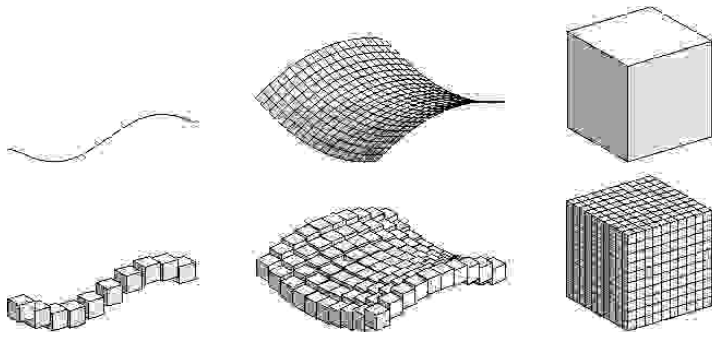
Figuur 1: Begin van de constructie van een Koch kromme

Tijd is nodig om te rekenen aan de lengte van de kromme en een bewijs te geven dat die oneindige lengte binnen de grenzen van een A4-tje blijft. Als fractals naast elkaar bekeken worden valt op dat de ene grilliger is dan de ander. Dan rijst de vraag: kunnen we daar een maat voor vinden? Zo'n maat is geïnspireerd door het meten van de lengte van de kust van Groot Brittannië. Het bleek dat die lengte afhankelijk is van de maat die je hanteert (zie figuur 2). Het is natuurlijk niet merkwaardig dat een kleinere maateenheid meer detail meet en dus een langere lengte levert, maar die lengte bleek exponentieel toe te nemen. Dit was aanleiding voor een alternatieve dimensie-definitie. Bij 1-dimensionale objecten verwacht je dat het

Figuur 2: Het meten van de kustlijn van Groot Brittannië. http://en.wikipedia.org/wiki/How_Long_Is_the_Coast_of_Britain %3F_Statistical_Self-Similarity_and_Fractional_Dimension

halveren van de maateenheid vraagt om twee keer zoveel eenheden om het object te meten. Als het object grillig is dan heb je in het begin misschien last van het kustlijn-effect, maar na voldoende inzoomen is alles netjes glad en geldt deze vuistregel. Uitbreiding naar 2- en 3-dimensionale objecten levert een verband tussen toename van het aantal maat-eenheden en dimensie. Als voor alle n geldt dat $1/n$ keer ribbe vraagt om een overdekking van n^d meer kubusjes, dan geldt dat de figuur d-dimensionaal is. Hierbij gaan we er maar van uit dat die kubusjes oneindig dimensionaal zijn (je weet tenslotte niet uit hoeveel dimensies het in te pakken object bestaat). In het Engels wordt dit ook wel de box-dimension genoemd. Een Nederlandse vertaling zou inpak-dimensie kunnen zijn.

In figuur 3 zijn lijn, vlak en kubus ingepakt, waarbij de lengte van de ribbe van de (eigenlijk oneindig-dimensionale) kubusjes met 1/10 vermenigvuldigd zijn. De lijn vraagt om 10^1 keer zoveel kubusjes, dus de dimensie is 1. Evenzo volgt dat het vlak dimensie 2 heeft en de kubus dimensie 3. Voor 'normale' objecten geeft de inpak-dimensie dus precies de waarden die verwachtten. Bij de Koch kromme geldt



Figuur 3: Inpak-dimensie van lijn, vlak en kubus (van internet: `http://www.math.sunysb.edu/~scott/Book331/Fractal_Dimension.html`)

echter dat een vermenigvuldiging van de ribbe met 1/3 om 4 keer meer kubusjes vraagt, hoe ver je ook inzoomt op de kromme. Dit valt op te maken uit de constructie van deze kromme (figuur 1). Dus hier komen we op de vergelijking $3^d = 4$. Nu zou je met logaritmen de dimensie exact kunnen geven, maar benaderen met inklemmen kan ook. Voor de Koch kromme geldt dan dimensie $d \approx 1,26$.

De behandeling van zo'n alternatieve definitie van dimensie verdiept het begrip zelf, is een toepassing van het werken met vergrotingsfactoren en levert bijzondere resultaten. Het blijkt dat hiermee het oppervlak van een bloemkool dimensie $2,3$ levert en het oppervlak van ons brein en onze longen respectievelijk dimensies van $2,79$ en $2,97$. Deze getallen zeggen iets over de aard van de grilligheid van die objecten. Overigens heeft de kustlijn van Groot Brittannië zo bij benadering een inpak-dimensie van $1,25$.

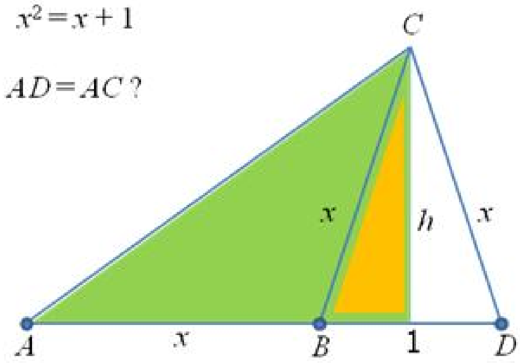
3. De gulden snede

Het derde voorbeeld is de bekende gulden snede. Dit onderwerp is vooral zo geschikt omdat het gebruik en misbruik van wiskunde in de kunst fraai illustreert (lees bijvoorbeeld Ernst & Konings, 2008).

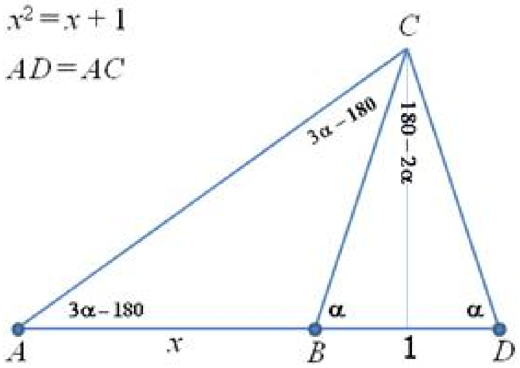
De introductie van de gulden snede in de westerse maatschappij heeft veel te danken aan de Italiaanse wiskundige Leonardo van Pisa (c. 1170 - c. 1250). Hij leefde in een periode waarin Noorditaliaans steden en kleine republieken in voortdurende machtsstrijd verwikkeld waren tussen het keizerrijk en het Vaticaan. Pisa was een welvarende stad door de handel met Noord Afrika en daarmee een kenniscentrum voor de Arabische cultuur. Dat was de tijd van de Fibonacci reeks en aandacht voor Hindoe Arabische getallen en notaties (inclusief de 0). Er werden boeken geschreven voor rekenmeesters, landmeters en handelaren. Sommige wiskunde kreeg een 'goddelijke' waarde.

De gulden snede is een verhouding die kan worden berekend met de vergelijking $x^2 = x + 1$. De achtergrond blijft hier buiten beschouwing. Alleen de constructie van de regelmatige vijfhoek lopen we langs. Deze constructie illustreert weer hoe met onderbouw-wiskunde toch fraaie klassieke resultaten bereikt kunnen worden.

De constructie begint met het tekenen van de lijnstukken AB en BD met verhouding $x : 1$, waarbij $x^2 = x + 1$. C wordt geconstrueerd via gelijkbenige driehoek BCD (figuur 4). Nu is te bewijzen dat $AD = AC$. Waarom is dat nodig? Hoe gaat dat helpen? Dat blijkt uit de volgende stap. Door twee keer de stelling van Pythagoras toe te passen volgt dat $AC = AD$ en dat driehoek ACD dus ook gelijkbenig is. Dat betekent voor de hoeken dat hoek ACB gelijk is aan $3\alpha - 180°$. Maar ook dat die hoek gelijk moet zijn aan $180° - 2\alpha$ (figuur 5). Uit die twee gegevens volgt dat $\alpha = 72°$, en dat is precies wat we nodig hebben voor de constructie van de vijfhoek (figuur 6). Met dit onderwerp kunnen eenvoudig vele lessen gevuld worden. Bovenstaande constructie was een tamelijk technische uitweiding en geeft inzicht in de werkplaats van de wiskundige kunstenaar. De vraag is natuurlijk: Hoe kom je op het idee om met deze driehoek

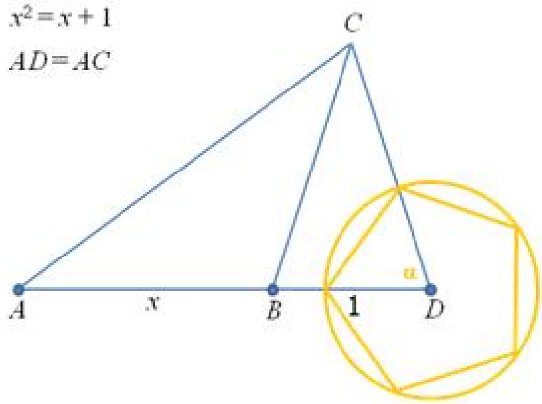


Figuur 4: De basisconstructie voor een regelmatige vijfhoek



Figuur 5: Redeneren met hoeken

te beginnen? "It is like a rabbit pulled out of a hat" (Pólya, 1965, p. 64). Enerzijds is fraai om te zien hoe plotseling die 72° uit de afleiding rolt. Anderzijds is door deze elegante constructie het



Figuur 6: Redeneren met hoeken

inzicht in het zoekproces - de werkwijze van de kunstenaar - verloren gegaan. Een beeld van die zoektocht is te krijgen in éń van de *Watte-bewijzen-is-columns* van Martin Kindt (Kindt, 2003).

Dergelijke excursies omvatten technieken die de studenten niet geautomatiseerd hadden en die af en toe een zijweg veroorzaakten. Dat gaat echter prima. Af en toe terugvallen op de bordjesmethode is geen probleem als je de tijd ervoor neemt (en hebt). Bij deze studenten is het inslijpen van automatismen niet gelukt, en je moet dus ook niet pretenderen dat dit nu wel even te repareren is. Liever leveren we een basis van waaruit ze afleidingen kunnen volgen en eventueel zelf kunnen reproduceren. Tenslotte moeten de technieken niet ten koste gaan van historische achtergronden en de vele voorbeelden en non-voorbeelden (waaronder het Parthenon in Athene), waarbij een filmpje van Vi Hart (zie Figuur 7) niet mag ontbreken.

Figuur 7: Doodling in Math: Spirals, Fibonacci, and Being a Plant
`http://www.youtube.com/watch?v=ahXIMUkSXX0`

Werk van leerlingen en studenten

Al weer enkele jaren geleden experimenteerde Bart Zevenhek (docent aan het Barlaeus gymnasium te Amsterdam) met nieuwe inhouden voor wiskunde C. Hij leest met zijn wiskunde A1-groep *De ontstelling van Pythagoras - Over de geschiedenis van de goddelijke proportie* van Albert van der Schoot. Iedere week presenteert een leerling een hoofdstuk uit dit boek. Voorafgaand aan die presentatie moet een samenvatting worden ingeleverd. Een van de presentaties betreft de rol van Pacioli in het ontstaan van de mythe rond de gulden snede. De leerling heeft een kopie van een schilderij van Pacioli op het bord gehangen (zie figuur 8). De leerling beschrijft hoe Luca Pacioli, een Franciscaner monnik (1445 - 1517), het boek Divina Proportioni schreef met illustraties van Leonardo da Vinci. Het boek slechtte een brug tussen kunst en wetenschap. Een fraai voorbeeld van het positioneren van wiskunde in maatschappelijke context door leerlingen. In het college Wiskunde voor Dichters presenteren studenten over een zelfgekozen onderwerp. Een groepje heeft als onderwerp de Möbiusband. Dit is natuurlijk ook geen verrassend onderwerp, maar toch is aardig om te zien hoe ze een systematisch onderzoek hebben uitgevoerd naar resultaten van het doorknippen van banden

Figuur 8: Een portret, Luca Pacioli (Museo di Capodimonte, Napels)

met meerdere halve draaiingen. Daarnaast laten ze zien hoe je een Möbiusband vanaf het begin in een keer kunt breien met een rondbreinaald. Door de steken op een speciale manier op te zetten, creëer je een halve draai in het breiwerk. Tot slot laten ze een krabcanon van J.S. Bach horen. Door de notenbalk op een Möbiusband te projecteren krijg je een oneindige uitvoering van dit stuk (zie Figuur 9). Dit laatste voorbeeld laat nog eens zien dat zowel het componeren van muziek als het luisteren ernaar een vorm van constructie omvat waarbij patronen worden herkend en bewerkingen op die patronen kunnen worden gevolgd (Doorman, 1999).

Tot slot een voorbeeld van een student (Jasper Leuven) die nog eens de relatie tussen poëzie en wiskunde analyseert. Hij schrijft eerst over de overeenkomsten en benadrukt vervolgens een verschil:

> "Hoewel wiskundige bewijzen soms verrassend kunnen zijn,

Figuur 9: Möbiussjaal en krabcanon

denk ik toch dat gedichten vaker een verborgen boodschap of dubbele bodem hebben: een soort ongeschreven betekenis. Hierover filosoferend heb ik geprobeerd een nieuwe versie te schrijven van *Does it matter?* met uitsluitend getallen en wiskundige termen. (...) Getallen kunnen een betekenis met zich meedragen, maar het blijft lastig om met uitsluitend getallen een verhaal te vertellen."

Does It Matter?

(Siegfried Sassoon, 1918)

DOES it matter? - losing your legs? ...
For people will always be kind,
And you need not show that you mind
When the others come in after hunting
To gobble their muffins and eggs.

Does it matter? - losing your sight? ...
There's such splendid work for the blind;
And people will always be kind,
As you sit on the terrace remembering
And turning your face to the light.

Do they matter? - those dreams from the pit? ...
You can drink and forget and be glad,
And people won't say that you're mad;
For they'll know you've fought for your country
And no one will worry a bit.

Maakt het wat uit?

(Jasper Leuven, 2012)

Maakt het wat uit? 1918 min 4?
1914 + 4 = 1918
22477500 en 16403000
Want plus, keer, min of delen door,
dat gaat allemaal nog steeds door.

Maakt het wat uit? Zonder irrationele getallen?
Er zijn zo'n mooie rationele
en ook daarmee kun je rekenen
- 1918 - 1914 = slechts 4 jaren
zelfs bewijzen geven licht.

Wat maakt het ook uit? De getallen die dromen?
Zolang wij ze kunnen gebruiken voor
Zolang een 3 een 3 blijft en een 5 een 5.
Ze zijn ons van dienst geweest en wat geeft het
dat ze zelf niks meer kunnen.

Slot

Deze voorbeelden laten een andere benadering van wiskunde in het onderwijs zien. Een benadering die verder gaat dan een leuke les en die recht doet aan de ruimte en het brede perspectief die contexten bieden. Een benadering die mogelijk is als het curriculum niet al te grote eisen stelt aan het beoogde beheersingsniveau van technische wiskundige vaardigheden. Overigens verliepen niet alle colleges Wiskunde voor Dichters vlekkeloos. De poging om in twee bijeenkomsten een idee van chaostheorie te leveren mislukte jammerlijk. Vanuit lineaire en exponentiële groei werd de formule voor logistische groei opgebouwd en vervolgens leverde het draaien aan parameters chaotisch gedrag (gevoelige afhankelijkheid van de beginvoorwaarde). Het beoogde onderwijsleergesprek, waarin formulewerk omzeild werd door gebruik van Excel resulteerde snel in een eenzijdige one-man show waar niemand van genoot. Deze ervaring maakte nog eens duidelijk hoe het proces van abstractie te snel kan gaan als toehoorders te weinig betrokken zijn bij ontwikkeling van notaties en onderliggende begrippen. Eerste experimenten met recurrente betrekkingen bij wiskunde A2 lieten ook zien dat nieuwe notaties en denkwijzen veel vragen van de leerlingen.

Deze ervaringen met wiskunde C en het college wiskunde voor dichters tonen enkel mogelijkheden van een wiskundige benadering van kunst. Vanwege haar exactheid en het constructieve karakter kan wiskunde een beter begrip van artistieke activiteiten ondersteunen. In sommige opzichten is deze benadering misschien minder exact en minder wiskundig dan we gewend zijn, maar het biedt leerlingen en studenten wel een ander beeld, minder geleid door sommetjes uit het boek en minder gericht op technische vaardigheden. Hopelijk is het gelukt hen daarmee geen zand in hun ogen te strooien en een rijker beeld van de wiskunde te geven. Een beeld dat meer recht doet aan de wiskunde dan Erasmus ervan weergeeft. Een beeld gevormd door ervaringen zoals Belle van Zuylen die beschrijft in een brief aan haar vriend Constant d'Hermenches. Wiskunde is volgens hem geen bezigheid voor een vrouw, het vernauwt de verbeeldingskracht, verdort de geest en brengt schade aan het gevoelsleven. Belle van Zuylen antwoordt hem in een brief (25 februari - 5 maart 1764):

> "ik ben nog niet gaan merken dat mijn geest zich vernauwt en dat mijn verbeelding onvruchtbaar wordt, maar wel dat weet ik, dat een of twee uur wiskunde mijn geest vrijer maakt en mijn hart vrolijker. Ik heb het gevoel dat ik beter slaap en beter eet wanneer ik evidente en onweerlegbare waarheden heb gezien".

Referenties

Van der Blij, F. (2004). Abstractie in kunst en Wiskunde. Een denkbeeldige wandeling door een museum van gedachten. *Euclides* 79(4), 180-183.

Doorman, M. (2007). Wiskunde C: daar komt muziek in. *Nieuwe Wiskrant* 27(1), 31-34.

Doorman, S.J. (1999). Wiskunde en culturele vorming. *Nieuwe Wiskrant* 19(2), 13-16.

Erasmus, D. (1944). *Lof der Zotheid.* Wereldbibliotheek N.V. (eerste druk 1517).

Ernst, B. & T. Konings, 2008. *Kunst en Wiskunde.* Epsilon Uitgaven.

Freudenthal, H. (1967). *Wiskunde in wetenschap en dagelijks leven.* De Haan/Meulenhof.

Kindt, M. (2003). Wat te bewijzen is (21). *Nieuwe Wiskrant* 22(4). 28-29.
(`http://www.fisme.science.uu.nl/wiskrant/artikelen/224/224juni_wtbi21.pdf`)

Komrij, G. (1995). In Liefde Bloeyende. In: *NRC Handelsblad*, 20 juli 1995.

Pólya, G. (1965). *Mathematical Discovery: On understanding, learning and teaching problem solving. Volume 1.* John Wiley and Sons.

Sassoon, S. (1918). *Counter-Attack and Other Poems.* E. P. Dutton & Company. (Op internet geraadpleegd: `http://www.bartleby.com/136/14.html op 8 juli 2012`)