

# Betekenisconstructie in de wiskundeles.

## De samenhang tussen interactief wiskunde- en taalonderwijs

*Dolly van Eerde, Maaike Hajer, Tom Koole & Joanneke Prenger*

---

### **The interactive construction of meaning in math classes**

Realistic math education values active pupil participation in classroom interaction. This participation is also seen as crucial within second language acquisition theory and forms the basis of the content-based approach to language teaching. In this article the question was raised whether a symbiosis of these two approaches could be observed in math education in a multilingual classroom. Analyses showed a variety of teacher strategies, promoting student participation and thus creating opportunities for language production in whole group activities, one important prerequisite for language learning in content classes. However, two conditions for simultaneous language acquisition in math classes were not found: first, negotiation of meaning to make written texts and assignments accessible and comprehensible and second, feedback on the linguistic form of student utterances. The assumptions of the teacher about the value of active student participation would thus need refinement in order to turn his lessons into a learning environment that would be beneficial for both math and language learning.

---

**Trefwoorden:** Wiskundeonderwijs, didactiek, leerlingen, allochtonen

### **Inleiding**

Het NWO-onderzoek 'Interactie in de multiculturele klas' analyseerde participatie en interactieprocessen tijdens wiskundelessen in het voortgezet onderwijs. De keus voor dit specifieke vak is niet toevallig: in de moderne wiskundendidactiek wordt participatie van leerlingen in klasseninteractie nagestreefd, maar juist in dit vak presteren allochtone leerlingen zwak (De Wit, Suhre & Mulder, 1996). In deze bijdrage bezien we hoe wiskundedocenten leerlingen toegang bieden tot dit vakgebied in klassikale interacties. Na een overzicht van relevante theorie op het

**Dolly van Eerde** is als senior onderzoeker verbonden aan het Risbo van de Erasmus Universiteit Rotterdam en aan het Freudenthal Instituut van de Universiteit Utrecht.

**Maaike Hajer** is docent aan de faculteit Educatieve Opleidingen van de Hogeschool van Utrecht. Zij werkte als post-doc-onderzoekster in het MPS-project Interactie in de multiculturele en multilinguale klas.

**Tom Koole** is docent-onderzoeker aan de faculteit der Letteren van de Universiteit Utrecht.

**Joanneke Prenger** is aio bij de faculteit der letteren van de Rijksuniversiteit Groningen.

Correspondentieadres: Dolly van Eerde, Freudenthal Instituut, Postbus 9432, 3506 GK Utrecht.

gebied van wiskunde en taaldidactiek vormt de analyse van docentstrategieën om interactieve leerprocessen te stimuleren het hart van het artikel. Daarna komen de gerealiseerde condities voor taalverwerving aan bod. In de discussie trekken we conclusies en schetsen we richtingen voor vervolgonderzoek.

## Het leren van (de taal van) wiskunde in interactie

### *Theoretische oriëntatie*

Actieve participatie van leerlingen wordt tegenwoordig in het onderwijs van essentieel belang beschouwd, zowel voor het leren van taal als vakinhouden. Dat geldt ook wiskunde, waar Freudenthal's grondstelling van wiskunde als menselijke activiteit (1973) de basis vormt van zogenoemd realistisch rekenwiskundeonderwijs. Wiskunde leren wordt niet opgevat als het verzamelen van bestaande kennis, maar als een proces waarin mensen hun eigen kennis en betekenissen construeren. De rol van de leraar is de leerlingen te begeleiden bij het heruitvinden van de wiskundige vondsten van anderen. In het onderwijsleerproces leren leerlingen realistische problemen te transformeren naar een representatie die wiskundig handelen mogelijk maakt: 'horizontaal mathematiseren'. Wanneer voor de probleemoplossing eerst een wiskundige niveauperhoging plaatsvindt, is er sprake van 'verticaal mathematiseren' (Treffers, 1987).

Interactie is essentieel voor realistisch rekenwiskundeonderwijs. De docent stimuleert de leerlingen naar oplossingen te zoeken, hun denkwijzen te verwoorden, hun oplossingen te verantwoorden. Leren is een sociaal proces waarbij leerlingen naar elkaar luisteren en elkaar vragen stellen. Op deze wijze vindt interactieve betekenisconstructie plaats. Traditioneel is in klasseninteractie de impliciete regel dat de docent (gesloten) vragen stelt, een leerling antwoorden geeft waarop de docent feedback geeft (het frequent beschreven IRE, Initiatie-Respons-Evaluatie-patroon: Mehan, 1979). Realistisch wiskundeonderwijs impliceert echter dat de docent leerlingen stimuleert verschillende oplossingen in te brengen, vraagt om een verantwoording van een antwoord en geen onmiddellijke beoordeling geeft. Deze visie op wiskundeonderwijs impliceert een verandering in de 'social norms' (Cobb, Wood & Yackel, 1993; Elbers, 1988) voor klasseninteractie. Het vereist een klassenklimaat waarin leerlingen het zelfvertrouwen hebben om hun denkwijzen te verwoorden en de zin inzien van naar elkaar te luisteren en op elkaar te reageren. Kortom, niet alleen de leerlingen proberen te begrijpen wat de docent bedoelt, maar de docent probeert ook te begrijpen wat de leerlingen bedoelen (Gravemeijer, 1995).

In (tweede-)taaldidactiek is het belang van participatie in klasseninteractie benadrukt als middel om de kloof tussen de gecompliceerde vaktaal en de dagelijkse taalvaardigheid te overbruggen. Dit onderscheid is door Cummins (1984) benoemd als Cognitive Academic Language Proficiency (CALP) en Basic Interpersonal Communicative Skills (BICS). Deze vormen van taalvaardigheid verschillen in de mate van contextuele steun en gestelde cognitieve eisen: vaklessen zouden relatief weinig contextuele steun combineren met hoge cognitieve eisen, wat een taalgebruik impliceert dat ver af staat van alledaags taalgebruik. Docenten spelen ook in (tweede-)taaldidactiek een sleutelrol in het toegankelijk maken van de schoolse begrippen en formuleringen. Daarbij staan de volgende talige concepten centraal (Hajer, 1996):

- De beschikbaarheid van begrijpelijk taalaanbod.
- Gelegenheid tot het zelf leveren van begrijpelijke taalproductie.
- Feedback op de inhoud en de vorm van uitingen.

In natuurlijke interactie buiten school zien we deze condities veelvuldig gerealiseerd: mensen vragen elkaar om verheldering als ze het taalaanbod niet begrijpen, ze herformuleren als ze uit feedback opmaken dat ze niet duidelijk overkomen; er is kortweg betekenisonderhandeling. Actief daaraan meedoen bevordert begrip en taalontwikkeling, zo blijkt uit onderzoek (Ellis, Tanaka & Yamazaki, 1994; Pica, 1994). Maar in schoolse contexten bestaat door de dominantieverhouding tussen docent en leerlingen veel minder gelegenheid tot betekenisonderhandeling (Van den Branden, 1995; Hajer, 1996). De gemiddelde vakdocent praat meer tegen de klas dan met de klas, stelt vragen die weinig taalproductie vereisen en geeft weinig feedback op de vorm van taaluitingen.

Gezien de aansluiting van de theorieën over wiskundeonderwijs en taalverwerving zou onderzocht moeten worden hoe realistisch wiskundeonderwijs in de praktijk bijdraagt aan een stimulerend leerklimaat in een meertalige klas. Vanuit toegankelijke contexten in realistisch wiskundeonderwijs kan een relatie gelegd worden tussen dagelijks taalvaardigheden en schooltaal. Door denkwijzen en oplossingen te verwoorden, te discussiëren en vragen te stellen krijgen leerlingen in theorie de kans hun concepten te verwoorden en al pratend en luisterend verder te ontwikkelen, daarin feedback ontvangend van de docent.

### ***Vraagstelling en werkwijze***

De vraagstelling in dit deelonderzoek luidt: hoe wordt de theoretisch aannemelijke samenhang tussen interactief wiskunde- en taalonderwijs in praktijk gerealiseerd? Als deelvragen formuleren we:

In hoeverre krijgen leerlingen in meertalige klassen de gelegenheid om in interactie contextopdrachten te verkennen, als basis voor betekenisvol wiskunde-leren?

Hoe bevorderen docenten productief taalgebruik om leerlingen hun denkwijzen te laten verwoorden?

Hoe geven docenten feedback die leerlingen aanwijzingen levert over de wiskundige inhoud en de juistheid van de formulering?

Het onderzoek is gebaseerd op lesopnames van wiskundelessen in meertalig samengestelde brugklassen op twee scholen (voor een beschrijving van het onderzoek: zie het Kader). In de mavo-klas van de Zon werden tien lessen vastgelegd op video, in de mavo-klas van de Regenboog 13. Na afloop van de lessen werden met de docent en duo's leerlingen stimulated recall interviews gevoerd en op geluidsband vastgelegd. De structuur van de getranscribeerde lessen werd door twee onderzoekers, vanuit respectievelijk een taaldidactisch en een wiskundedidactisch perspectief, beschreven waarbij globale organisatie (klassikaal, groepjes, individueel) en functie (zoals introductie van nieuwe stof, bespreking huiswerk) werden onderscheiden. Binnen deze fragmenten werd bekeken wie vooral aan het woord was en wie globaal gezien het initiatief tot deze beurtwisselingen nam (vergelijk Hajer, 1996).

Op basis van de lesbeschrijvingen werd bekeken in welke situaties gezamenlijke betekenisconstructie zou kunnen plaatsvinden. Momenten werden genoteerd waarop de docent en leerlingen bij de klasseninteractie betrokken waren en beiden initiatieven namen, reagerend op elkaar en met leerlinguitingen die meer

dan korte twee- of driewoordzinnen bevatten. Dergelijke momenten bleken zich alleen in klassikale lesonderdelen voor te doen.

Binnen deze momenten zochten we interacties waarbij leerlingen en docent concepten of oplossingswijzen bespraken. Dergelijke momenten werden alleen bij docent Boom van college De Zon aangetroffen. De andere docent sprak ofwel in monologen tegen zijn klas of onderhield zich met een afzonderlijke leerling over een vraag uit de klassikale lesmomenten; zijn interactie had vrijwel steeds een IRE-structuur. We besloten daarom de analyses te concentreren op het materiaal van De Zon.

Ook de SR-interviews werden in hun geheel getranscribeerd. Voor dit deelonderzoek werden vooral de interviews met beide docenten benut. Na globale beschrijvingen van de inhoud van de gesprekken en de rollen van waaruit de docenten over hun lessen praten, werd vooral de docentvisie op wiskundendidactiek en de rol van taal daarbinnen nader geanalyseerd.

## Analyses van participatie in klassikale interactie

Achtereenvolgens beschrijven we nu (a) de globale structuur van de klasseninteracties op de Zon, (b) gehanteerde strategieën om leerlingen tot participatie aan te zetten, geïllustreerd aan de hand van één samenhangend lesfragment en (c) de mogelijkheden die de docent biedt voor taalverwerving in de wiskundelessen.

### (a) Karakteristieke patronen in de klasseninteractie op De Zon

Lessen op de Zon starten normaliter met nabespreking van huiswerkopdrachten, wat gebeurt in wisselende interactievormen: soms leest de docent antwoorden op, waarna een door hem of door de leerlingen uitgekozen opdracht meer in traditionele IRE-structuren wordt doorgesproken. We constateren dat bij deze docent de daarop volgende uitleg van nieuwe stof de meest rijke momenten levert voor betekenisonderhandeling. De docent activeert bestaande voorkennis van leerlingen aan de hand van opdrachten uit het boek of toegevoegde contexten, zoals 'het gewicht van mij en m'n vrouw'. Hij presenteert het probleem en stimuleert leerlingen dit op te lossen. De structuur van dergelijke interactie bestaat globaal uit: docentelicatie, verschillende leerlingresponsen en dan uiteindelijk een feedbackbeurt van de docent die als een accolade alle geleverde inbreng becommentarieert. Na deze klassikale start maken leerlingen veelal individueel soortgelijke opdrachten uit het boek.

Een kenmerkend fragment treffen we aan in de eerste les over 'Grafieken'. De docent presenteert zes grafieken op het bord en zes kaarten met labels met betekenisvolle contexten zoals: 'temperatuur buiten' of 'het humeur van een voetbalcoach'. De leerlingen moeten bij elke context de bijpassende grafiek zoeken en hun keuzes verantwoorden. Expliciet wordt hen gezegd dat ze kunnen reageren en zeggen 'dit hoort bij deze grafiek, omdat...'. De docent nodigt alle leerlingen uit bij te dragen aan de discussie. Alle leerlingen pogen in deze les aan bod te komen door hun vinger op te steken en velen slagen daar in, waarbij de quiz-achtige vorm de betrokkenheid bevordert. De docent vraagt naar verschillende oplossingen en geeft leerlingen de kans hun denkwijzen te verwoorden, mede door het aangegeven frame voor de passende formulering. Door de procedure zes keer te herhalen, worden zes voorbeelden van de correcte antwoordstructuur gegeven en zes mogelijkheden om een inbreng in de discussie te hebben, hetgeen leerlingen stimuleert om dingen te zeggen die ze misschien niet eerder gezegd zouden hebben in deze schoolse setting. Dit resulteert in interactie tussen docent en leerlin-

gen en ook enigszins tussen leerlingen die op elkaar reageren en elkaars argumentatie bekritisieren. Het is opvallend dat de docent zijn evaluatie uitstelt. De meeste docenten beoordelen direct de inbreng van individuele leerlingen in termen van goed of fout, alvorens zich tot een andere leerling te richten. De docent poogt ook leerlingen aan te zetten naar elkaar te luisteren en elkaar feedback te geven, maar blijft de spil in de interactie.

De actieve participatie van meer leerlingen in respons op docentelicities is ten dele te verklaren vanuit de gestelde taak en de samenhang tussen 'Academic Task Structure' (ATS) en 'Social Participation Structure' (SPS) (Erickson, 1982; Van Lier, 1988). Waar gesloten reproductievragen leiden tot een voorspelbare vraag-antwoord-feedback structuur in de interactie, lokt de docent door open vragen met grotere diepgang minder voorspelbare inbreng van leerlingen uit en levert daarop vervolgens reacties met een grotere variatie. De taken die de docent de klas voorlegt zijn regelmatig open en multi-interpretabel.

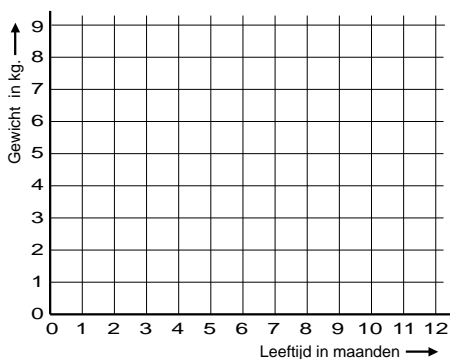
**(b) Strategieën om het interactieve leren van wiskunde te stimuleren: mogelijkheden en beperkingen**

Een nadere bestudering van de docentstrategieën werd uitgevoerd met gebruikmaking van indelingen van Mercer (1995), Van Eerde (1996) en Nelissen en Van Oers (2000). De voornaamste strategieën illustreren we aan de hand van een fragment uit de vijfde les waarin een wiskundeprobleem uit het boek besproken

17. Van veel baby's wordt de groei op het consultatiebureau regelmatig gecontroleerd. De gegevens van Leonie staan in de tabel hieronder. Er is drie keer vergeten haar gewicht te noteren.

Leeftijd in maanden	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
gewicht in kg	3,9	4,7	5,4	6,1	...	7,2	7,6	...	...	8,8	9,1	9,4

- a. Teken een assenstelsel. Begin met de assen zoals je hiernaast ziet. Teken de grafiek bij de tabel.



- b. Hoeveel kg woog Leonie ongeveer toen ze 5 maanden oud was?  
c. En toen ze 9 maanden oud was?

Figuur 1 opgave: een grafiek tekenen bij een tabel met ontbrekende waarden

wordt. Het probleem is gesitueerd in de context van een consultatiebureau waar het gewicht van baby's maandelijks wordt bijgehouden. We benoemen strategieën in dit fragment en beperkingen in de aanpak.

De opgave (zie figuur 1) betreft het tekenen van een grafiek bij een tabel waarin bepaalde waarden ontbreken. Sommige leerlingen kunnen de grafiek niet tekenen vanwege deze ontbrekende waarden. De leraar legt uit hoe je een assenstelsel tekent en zet de betekenissen langs de assen. Dan presenteert hij het probleem van de ontbrekende waarde als een gemeenschappelijk probleem voor de hele klas. De context wordt niet nader toegelicht.

Na de introductie *vraagt* de docent *naar oplossingen*: hij vraagt *hóe* de leerlingen het probleem hebben opgelost. Hiermee laat hij zien belangstelling te hebben voor de denkwijzen van de leerlingen en niet in eerste instantie voor het juiste antwoord. Hennia, die haar vinger opsteekt, krijgt de beurt.

(1) (*Zon, 151199*)

D. En nou komen we bij het probleem: op een gegeven ogenblik ben je bij vijf en dan staat er geen stip. Wat moet je dan doen, Hennia?

H. Gewoon het middelste van, tussen vier maanden en zes maanden uitrekenen.

D. Je hebt het gemiddelde uitgerekend. 6.1 is de één, 7.2 is de ander dan, eh...

H. Gemiddelde.

D. Dan heb je het gemiddelde. Hoe doe je dat, dat gemiddelde?

H. Eh, hoe deed ik dat ook alweer?

D. Ja, hoe doe je dat?

H. Die 6.1 en die 7.2 bij elkaar optellen en dan delen door twee.

Hennia verwoordt haar denkwijze, eerst in algemene zin, als wordt doorgevraagd meer specifiek. De docent *herformuleert* Hennia's oplossing: 'je hebt het gemiddelde berekend', een neutrale vorm van feedback. Herformuleren als strategie heeft risico's. Allereerst verandert de docent 'de middelste' in 'het gemiddelde'. Hennia neemt dit vakbegrip over maar uit het feit dat Hennia niet direct weet hoe ze het gemiddelde heeft uitgerekend zou je kunnen afleiden dat ze misschien toch iets anders bedoelde. Na Hennia's oplossing geeft de docent geen evaluatie, maar vraagt de andere leerlingen wat ze van deze aanpak vinden. Er komt geen reactie. Dan komt Maktoub met zijn oplossing:

(2) (*later in de les*)

M. Ik heb gewoon pauze gemaakt.

D. O, dus dan woog ze gewoon effe niks...

LLn Ja hoor

Maktoub bedoelt met 'pauze gemaakt' dat hij een stukje van de grafiek niet heeft getekend op het punt van de ontbrekende waarde. Dit is een serieuze oplossing, die echter een wat spottende reactie van de docent en wat smalende 'ja hoors' uit de klas oproept. De docent vraagt Maktoub niet zijn wat cryptische formulering te verduidelijken om zo tot gezamenlijk begrip te komen. Na de vraag *naar andere oplossingen* van de docent, krijgen twee andere leerlingen, Patricia en Karl, de beurt.

(3) *(later in de les)*

- D. Patricia wat heb jij. Jij zegt, ik kan het niet zo overzien, want ik heb een andere oplossing. Wat heb jij gedaan?
- P. Ik heb gewoon gekeken hoeveel ertussen elke stap staan.
- D. Toen heb je dat weer gedaan. En toen het bij 6.1 opgeteld.
- L2 Dat wou ik ook doen, maar het is steeds verschillend.
- L3 Ja.
- D. Ja, het is steeds verschillend. Ja, da's wel lastig. Als het steeds hetzelfde was, was het gemakkelijker geweest. Dus je moet wel een beetje gokken dan. Wat heb jij gedaan Karl?
- K. Ik heb die 3,9 en dan 0,8 is 4.7. O, nee, erbij 0,7, bij 0,7.
- D. En toen weer een keer bij 0,7?
- K. Ja, en toen heb ik gewoon nog een keer erbij 0,7 gedaan.

De oplossing van Patricia stimuleert twee andere leerlingen te participeren in de interactie. Een leerling merkt op welke nadelen zijn aanpak heeft: 'dat wou ik ook doen maar het is steeds verschillend'. Hij bedoelt de afstanden tussen de getallen. Karl, die eenzelfde aanpak heeft, worstelt ook met dit probleem. De docent geeft dan een *tussentijdse samenvatting* van wat de leerlingen hebben gedaan.

(4) *(later in de les)*

- D. Wat jullie allemaal een beetje doen, is toch wel om op de een of andere manier zelf iets daar neer te zetten. De een heeft met stapjes gedacht, steeds zoveel. Jij bent er meer tussen in gaan zitten.

In deze samenvatting komt Maktoub's oplossing niet naar voren.

De docent stelt het geven van een evaluatie uit, met de bedoeling iedereen eerst de kans te geven een eigen oplossing in te brengen. Dan steekt Toni zijn vinger op en geeft een derde oplossing:

(5) *(Later in de les)*

- D. Toni heeft het nog anders.
- T. Pauzes, gewoon niks.
- D. Pauzes, je hebt gewoon niks getekend.
- T. Nee, gewoon streep trekken en dan effetjes niks en dan weer verder de streep en weer.

Toni geeft dezelfde oplossing die Maktoub eerder gaf. De docent wees deze bij Maktoub af maar geeft nu een neutrale reactie. Toni, die vlak achter Maktoub zit, heeft de oplossing vermoedelijk gewoon overgenomen. Het is opvallend omdat de docent Maktoub als enige tamelijk negatieve feedback gaf en zich afwendde in plaats van Maktoub te blijven aankijken. Door feedback op de inbreng van Toni uit te stellen, probeert hij mogelijk *reflectie te stimuleren*. In elk geval resulteert de stilte erin dat Hennia haar vinger opsteekt en de volgende reactie geeft:

(6) *(later in de les)*

- D. Ja, Hennia
- H. Ja, maar alles wat je schrijft, dat is toch niet waar. Want je weet niet. Een kind kan in een keer groeien en in keer heel, dingetjes, kort blijven. Dus dat klopt nooit.
- D. Dit is zo'n waarheid, dit is zó goed.
- H. Dat klopt nooit.
- D. Dit is zo'n waarheid Hennia. Dit is zo goed. Als iemand op het ene moment vijf kilo weegt en een maand later weegt 'ie zes kilo, dan is, dan weet je nooit wat 'ie daartussenin is geweest. Maar hij kan wel ondertussen zeven kilo

geweest zijn. Dat weet je niet. Dus eigenlijk weet je het nooit. Je weet alleen maar die puntjes.

Het uitblijven van een reactie na Toni's antwoord zet Hennia aan tot reflectie. Ze komt met een interessant punt, namelijk dat je nooit met zekerheid iets kunt zeggen over metingen die ontbreken. Hennia krijgt hiervoor een pluim. Hennia verwijst naar de context van de opgave: het gewicht van de baby's. De docent *elaboreert* Hennia's antwoord weliswaar in deze context maar het voorbeeld dat hij geeft is niet erg realistisch. Een baby kan niet binnen een maand een kilo aankomen en weer afvallen. Omdat de docent tot nu toe geen aandacht aan de context heeft besteed, komt deze nu ook niet tot leven.

Na de inventarisatie van de diverse oplossingen van de leerlingen *recapituleert* de docent deze en merkt op dat ze allemaal een beetje gelijk hebben, waarbij hij hun oplossingen benoemt en zijn eigen aanpak om de ontbrekende waarde te vinden inbrengt:

(7) *(Later in de les)*

D. Weet je hoe dat nou bij wiskunde moet? Het is een beetje mengeling tussen wat jullie gedaan hebben. Toni heeft een beetje gelijk, je moet pauze nemen. Hennia heeft een beetje gelijk, je moet een soort gemiddelde nemen. Zoeken naar de stapjes, de jongens hebben een beetje gelijk. Wat we meestal doen is het volgende. Stel je voor dat bij vier dit punt hoort. Bij vijf weet ik het niet. Weet ik niet dus daar komt geen punt. De volgende is bij zes. Dus hier heb je allemaal puntjes zo lopen. Wat we gewoon doen is gewoon verbinden.

T. Ja, had ik ook.

D. Toni, Toni, je moet niks overslaan. Je moet gewoon zeggen, nou ik ga naar de volgende punt. Zo hup (verbindt twee punten in assenstelsel op het bord), en nou moet je toevallig een heel stuk overbruggen.

De docent geeft geen legitimering waarom zijn aanpak beter zou zijn. Dit is een *gemiste kans* want hij had hiervoor de context van de baby's juist kunnen gebruiken. Immers, het gewicht van een baby ontwikkelt zich doorgaans vrij regelmatig, zodat het verbinden van de gegeven punten in een grafiek en het vervolgens aflezen van het ontbrekende punt (in dit geval het gewicht op een bepaald tijdstip), vermoedelijk een goede schatting is van de ontbrekende waarde.

De docent gebruikt diverse manieren om de leerlingen *uit te dagen en te motiveren*, bijvoorbeeld door een vraag als moeilijk te bestempelen en de leerlingen tegelijkertijd aan te moedigen: 'kom op, jullie zijn slim'. Ook gebruikt hij zijn eigen gewicht als context waarover hij allerlei grapjes maakt.

Tenslotte wil de docent *evalueren wat de leerlingen geleerd hebben* en introduceert hiertoe een analoog probleem.

Claudia herhaalt Hennia's oplossing, vermoedelijk doordat de docent hierover zo'n positieve feedback aan Hennia heeft gegeven. Ook andere leerlingen herhalen oplossingen van medeleerlingen, maar niet die van de docent. Slechts een leerling, Fahd, lijkt die aanpak toe te passen.

(8) *(later in de les)*

F. Je gaat van eh, 14,8 naar 16.3 en dan eh, kijken wat er op die lijn van 5 is en dan zet je daar een punt.

D. Mja, ik denk, ik heb het vermoeden, je zegt het moeilijk maar ik heb het vermoeden dat het goed is. Laten we kijken of iemand het simpeler kan zeggen.

Uit wat Fahd zegt kunnen we afleiden dat hij vermoedelijk de oplossing van de docent probeert te verwoorden. Fahd krijgt echter geen kans zijn antwoord te herformuleren en de docent doet dat evenmin. Dit is een *gemiste kans*. De onze-



kerheid onder de leerlingen over wat de juiste aanpak is blijft bestaan. Na Hennia's vraag wat nu te doen op het SO, herhaalt de docent zijn eigen oplossing nog eens stap voor stap.

Samenvattend blijkt uit voorgaande analyse dat de docent over een *arsenaal van strategieën* beschikt om participatie en interactie te stimuleren: het expliciet vragen naar oplossingswijzen, het herformuleren van gegeven antwoorden in vaktaal, het geven van neutrale feedback alvorens expliciete evaluaties eraan te koppelen, tussentijdse samenvattingen en recapitulaties geven, reflectie stimuleren, op antwoorden elaboreren, uitdagen en motiveren. De docent besteedt echter *geen aandacht aan de context*, noch aan de *begrippen en de tekst* hierover in het wiskundeboek. Ook na Hennia's inbreng komt de context niet tot leven en laat de docent de kans voorbijgaan deze te gebruiken bij de legitimering van zijn eigen oplossing.

De *sociale normen* van de klas zien we gereflecteerd in de interactie: de docent is geïnteresseerd in de denkprocessen van de leerlingen en de leerlingen verwoorden hun denkwijzen, luisteren naar elkaar en reageren soms op elkaar. Maar de interactie is nagenoeg beperkt tot interacties tussen docent en individuele leerling, er is nauwelijks interactie tussen de leerlingen onderling.

### (c) *Kansen op taalverwerving in de wiskundeles*

Hoe is de kwaliteit van de interactie vanuit taalverwervingsperspectief te beoordelen? Ten eerste bezien we het taalaanbod. Welke termen komen rond grafieken aan bod en in hoeverre worden deze in de interactie begrijpelijk? De wiskundeleerstof levert een beperkt aantal vaktermen op die leerlingen zich eigen moeten maken, zoals *grafiek, as, constant, zaagtand*. Bovendien zijn er woorden die leerlingen wellicht al kennen, maar nu in een wiskundige context moeten leren gebruiken, zoals *dalen en stijgen* van lijnen. Daarnaast zijn er vele algemene, niet-vakgebonden, schooltaalwoorden aanwijsbaar, zoals *argument, overzien, overbruggen, aflezen, nauwkeurig*. Zoals Prenger (2001) in een analyse van het taalaanbod laat zien, is de hoeveelheid verschillende alledaagse termen die in de les en vooral ook in het tekstboek aan de leerlingen worden aangeboden, zoals *tijdstip, consultatiebureau, dieet, stop* in een *badkuip*, opvallend. De wiskundetermen kunnen als doelbegrippen beschouwd worden, maar leerlingen zullen de andere begrippen tenminste moeten begrijpen om hun opdrachten te kunnen maken. In hoeverre wordt daartoe de gelegenheid geboden?

De beschikbaarheid van een begrijpelijk schriftelijk en mondeling taalaanbod is in (b) een van de condities voor taalverwerving genoemd. De wiskundige kernbegrippen van de les worden in ruime mate uitgelegd en komen frequent voor. Het mondeling taalaanbod is niet schraal, maar relatief rijk en gevarieerd, waardoor leerlingen verschillende aanknopingspunten hebben voor begrip. Doordat de docent de leerlingen stimuleert om naar elkaar te luisteren, is ook de taal van de medeleerlingen extra taalaanbod. Wel valt op dat er zich weinig momenten voordoen waarin leerlingen om verheldering vragen en onduidelijkheden in het taalaanbod proberen op te heffen. Dat kan betekenen dat er geen problemen zijn, maar die veronderstelling is vermoedelijk te optimistisch (Van den Boer, 2001). Wat het schriftelijk taalaanbod betreft constateren we dat er geen momenten zijn waarop de contexten uit de opdrachten worden besproken, terwijl daarin vele weinig frequente woorden voorkomen (zoals *consultatiebureau* in bovenstaand fragment) die voor tweede-taalleerders een struikelblok kunnen zijn.

Een illustratie hiervan zien we bij Hennia. In de *niet-klassikale delen*, wanneer opdrachten uit het boek gemaakt moeten worden, krijgt Hennia geen beurten en vraagt daar ook niet om. Ze zit daarentegen veelvuldig achteromgedraaid te kletsen met buurvrouwen en lijkt weinig aan het maken van de opdrachten te werken. Naar eigen zeggen maakt ze huiswerk vooral thuis, vaak met hulp van een kennis die als een oudere zus voor haar is.

Op de toets die na zes lessen over het hoofdstuk 'Grafieken' wordt gegeven doet Hennia het niet echt goed, haar resultaat is een 5.5. Opvallend is dat ze ook een opdracht die rechtstreeks verband houdt met het fragment over de 'ontbrekende waarde' (zie vorige paragraaf) helemaal niet weet te maken. De opdracht heeft betrekking op een gezin dat een tochtje per kabelbaan in de bergen maakt. Het tochtje is in minuten en hoogtemeters in een grafiek uitgezet, maar de hoogte is slechts op een paar momenten gemeten, na vijf en tien minuten. De bijbehorende vraag luidt: 'Fred zegt: "ik weet zeker dat ze op 750 meter hoogte waren na negen minuten"'. Heeft Fred gelijk? Leg duidelijk uit waarom wel of niet'.

Om deze vraag te kunnen beantwoorden, moet Hennia ten eerste de context begrijpen en zich een voorstelling van een kabelbaan kunnen vormen. Er is geen afbeelding bij de opdracht opgenomen. Vervolgens moet ze het citaat van een onbekende spreker (wie is Fred?) gaan interpreteren door na het citaat zelf de opdracht goed te lezen. Daarbij is impliciet de nadruk op het onderdeel 'ik weet zeker' gelegd. We weten dat Hennia het concept achter deze vraag snapt, maar ergens in de interpretatie of uitvoering van de opdracht is haar begrip gestokt.

Hoe dit kan gebeuren is giswerk. We kunnen deze gegevens wel lateren aan andere bevindingen die erop duiden dat Hennia een beperkte Nederlandse woordenschat heeft: zo struikelde ze eerder in een experimentele setting binnen het onderzoek over het begrip 'stop', waar het ging om de waterstand in een badkuip voor en na het uittrekken van de stop. Het begrip kabelbaan zou dus best een probleem kunnen zijn. Ook het zeer precieze lezen van de opdracht kan debet zijn aan haar slechte resultaat op deze toetsopgave. We hebben geconstateerd dat het lezen van opdrachten in de les geen aandacht krijgt, noch in klassikale noch in niet-klassikale momenten.

De gelegenheid voor taalproductie, tweede conditie voor taalverwerving, is relatief ruim in de klassikale gesprekken. Opvallend is dat de open vragen van de docent ruimte geven voor relatief lange antwoorden. Het in (b) genoemde fragment uit de introductie laat zien hoe de docent goed geformuleerde academische redeneringen uitlokt ('*ik denk dat...*, *omdat...*') en tenminste zes leerlingen in die vorm inbreng laat leveren. In andere lessen is een dergelijk frame ter ondersteuning van productief taalgebruik niet terug te vinden. Ook het gericht laten gebruiken van kernbegrippen uit het thema hebben we niet kunnen observeren. De gelegenheid tot taalproductie lijkt in die zin meer uitvloeisel van een wiskunde-didactische keuze rond het laten matchen van grafieken en bijpassende labels dan een bewust gekozen taaldidactisch middel gericht op opbouw van vaktaalvaardigheid.

Er zijn leerlingen die veelvuldig gebruik maken van de kans op meepraten, maar dat geldt niet voor de hele klas. Sommige leerlingen komen in klassikale momenten nauwelijks aan het woord. Een verklaring daarvoor is op basis van onze gegevens moeilijk te leveren. We zien wel dat er verschillen zijn in de mate en aard waarin de docent leerlingen stimuleert en honoreert voor hun pogingen. Zo blijkt de bijdrage van Maktoub op verschillende momenten uitdrukkelijk anders te worden gewaardeerd dan die van medeleerlingen en dit kan op een subtielere manier ook voor andere leerlingen het geval zijn. In individuele

gesprekjes tussen docent en leerling worden de participatieverschillen overigens niet rechtgetrokken. Merkwaardig genoeg zien we bij die individuele gesprekjes de docent veel minder ruimte geven voor taalproductie: hij geeft veelal in monoloogvorm uitleg over de betreffende opdracht, zonder de leerling aan te zetten tot het formuleren van eigen hypothesen of precisering van de vraag. Dat is taaldidactisch beschouwd een gemiste kans, omdat juist in deze één-op-één gesprekjes leerzame feedback te geven is op inhoud en vorm van de uitingen.

Schriftelijke taalproductie wordt in de les niet verlangd, anders dan de korte aantekeningen die bij de opdrachten uit het boek gevraagd worden. Het laten uitschrijven van grafieken in tekst en het laten tekenen van grafieken bij dergelijke zelf-geschreven tekst komt niet als taak voor. Onderzoek naar effectieve wiskundedocenten in multiculturele klassen wees juist ook dat uitlokken van schrijfproducten en het herhaaldelijk feedback geven op de formuleringen als positieve factor aan (Khisty, 2001).

De laatste voorwaarde voor taalverwerving betreft feedback op het mondeling taalgebruik. Naast signalen van waardering van een geleverde bijdrage ('ja, goed, prima gezegd') zien we de docent weinig expliciete evaluaties van de *inhoud* van bijdragen leveren. Hij stelt deze vaak uit totdat er verschillende antwoordmogelijkheden ingebracht zijn. Voor leerlingen kan het echter wat vaag blijven in hoeverre hun bijdrage nu goed of fout was; er wordt een behoorlijk lange spanningsboog van hen gevraagd waarin ze overzicht houden over geleverde bijdragen en de uiteindelijk gegeven evaluatie aan die bijdragen weten te koppelen. Feedback op de *vorm* van de uiting zien we niet en dat is voor tweede-taalleerders nadelig. Soms incorporeert de docent in zijn reactie de leerlinginbreng en vertaalt deze in vaktaal, zoals 'gaat op en neer' herhaald wordt in de vorm 'het schommelt'. Onheldere en gebrekkige formuleringen worden echter door de docent vaak niet een stap vooruit geholpen door het ontbreken van herformuleringen en expliciete aandacht voor de juiste woordkeus en zinsbouw. Dat hebben we gezien in het voorbeeld van Fahd en zien we ook in het volgende fragment:

(9) (*Zon 101199*)

D. Wat heb jij staan?

L1 Dat ie minder aankomt dan vorige jaren.

D. Dat 'ie minder aankomt uitstekend  
Hennia wat heb jij staan?

H. Dat hij minder dikker wordt.

D. Minder dikker, maar hij wordt nog wel dikker he.

H. Ja dat zeg ik, minder dikker.

L1 Minder.

D. Minder dikker ja je zegt 't keurig, klopt.

Deze leerling Hennia had op dat moment door middel van een herformulering van de docent exacter kunnen formuleren maar wordt daartoe niet aangezet.

We concluderen dat in deze wiskundelessen de mogelijkheid om in klassikale momenten mee te praten relatief groot is. Op de aspecten begrijpelijk taalaanbod, gelegenheid tot schrijven over de stof en het verschaffen van feedback op inhoud en vorm is nog veel winst te behalen, terwijl ook meer gerichte interacties tussen leerlingen bevorderd kunnen worden door duo- en groepsopdrachten. Kennelijk schept de didactiek van het realistisch wiskundeonderwijs voorzover door deze docent gerealiseerd, niet automatisch ook gunstige condities voor tweede-taalverwerving.

## Discussie

Is nu de theoretisch aannemelijke integratie tussen realistisch wiskundeonderwijs en taalverwerving observeerbaar in klasseninteractie? Op basis van onze analyses zullen we nu de deelvragen beantwoorden.

Het materiaal van De Zon laat zien welke mogelijkheden er voor leerlingen zijn om contexten in het wiskundeboek te leren kennen en de daarvoor noodzakelijke begrippen te verwerven. Uit de analyses kunnen we concluderen dat de docent hieraan beperkt aandacht besteedt, vooral in de door hem geïntroduceerde contexten uit zijn eigen leven zoals de ontwikkeling van zijn gewicht. De in het boek aangereikte contexten krijgen geen aandacht. Dat is op zowel wiskundig als taalkundig gebied een gemiste kans, zeker voor taalzwakke leerlingen. Wel blijken herkenbare contexten in samenhang met een uitdagende taak betrekkelijk ruime participatie van leerlingen in klassikale lesmomenten uit te lokken, waarbij ze wiskundige denkwijzen kunnen verwoorden. De inbreng van leerlingen zou omvangrijker kunnen zijn wanneer ook duo- en groepsopdrachten opgenomen zouden worden en leerlingen tot het herformuleren van eigen uitingen zouden worden aangezet. De inbreng wordt ook onderbenut doordat de docent onduidelijke of sterk uitgestelde evaluaties geeft, waardoor leerlingen onvoldoende informatie krijgen of wat ze zeggen duidelijk en correct is.

In deze klas lijken de normen helder wat betreft de interactie tussen docent en leerlingen. De normen voor interactie tussen leerlingen onderling zijn impliciet. Verder zijn er enkele observaties in deze klas die wijzen op een subtiele in- en uitsluiting van bepaalde leerlingen. Hier spelen mogelijk de leerlingcategorisering die de docent bewust of onbewust hanteert een rol (zie Berenst, Hajer & Koole, 2001).

Het gedrag van de docent sluit ten dele aan bij de door de realistisch wiskundeonderwijs beoogde didactiek. Hij ziet wiskunde meer als ontdekken dan als geleid heruitvinden. Dat komt ook tot uiting in zijn visie, zoals hij die gaf in de stimulated-recall interviews na afloop van de lessen. Hij onderstreept daarin het belang van actief 'meedoen' en 'meedenken' in de klassikale interactie. Uit de leergesprekken moeten kinderen de kern van de zaak 'oppikken'. De volgende citaten uit de SR-interviews onderstrepen dit.

### (10) (Zon SRD 091199)

'Vroeger kreeg je allemaal sommen en dan was een antwoord goed en nu gaat het niet om een antwoord maar om een proces (...) je moet meegedacht hebben.'

Over de vorm van een grafiek: 'Ik had het ook zelf kunnen vertellen, drie woorden, iedereen gesnapt. Maar dat wilde ik niet, ik wilde dat ze het zelf ontdekten.'

De docent karakteriseert wiskunde als een analogie, een denkproces dat de kinderen zich eigen moeten maken. Durven interpreteren en daarbij fouten maken is noodzakelijk. Hij registreert of leerlingen 'meedoen' (= opletten en meepraten) en daarnaast ook (als wiskunde-didacticus) of ze met eigen opvattingen komen, 'fouten' durven maken en originele oplossingen aandragen. Hij kan daarbij van een behoorlijk aantal individuele leerlingen de uitspraken naderhand weergeven. In de interviews komt naar voren dat de docent geen duidelijke rol voor zichzelf ziet weggelegd in het taalverwervingsproces van de leerlingen. Hij ziet weliswaar wel dat de taal van het boek en zijn proefwerken

lastig kan zijn, maar beschouwt dat als een gegeven waarmee de leerlingen moeten leren leven, ook in het licht van de eindexameneisen. Bij het bespreken van het proefwerk over grafieken stelt hij bijvoorbeeld het volgende.

(11) (*Zon SRD 171199*)

Docent 'Er worden kranen acht minuten meer of minder opengezet dan in de eerste vier minuten van het vullen'. Dat is gewoon een moeilijke zin. Punt uit.

Interviewer: Heb je er nog over gedacht om die zin te herformuleren?

Docent: Nee ik kan wel alle zinnen altijd gaan herformuleren maar dan kom ik nooit ergens.

Interviewer: Hoe bedoel je?

Docent: Op een gegeven moment staan er in boeken zulk soort zinnen en op het examen is het zo gesteld, omdat geen enkele vraag op twee manieren uitgelegd moet kunnen worden, dus die zijn heel erg ingewikkeld dus dat moet dan maar.

De kracht van deze docent die resulteert in relatief veel betekenisonderhandeling is een combinatie van factoren: zijn visie op wiskunde als een constructief proces, de geobserveerde pedagogisch-didactische vaardigheden, zijn persoonlijkheid als een ervaren docent en zijn uitdagende aanpak van de leerlingen. Deze combinatie creëert het gevarieerde interactieklimaat waarin de inbreng van leerlingen wordt gebruikt in de opbouw van nieuwe inzichten en vaardigheden.

Verder onderzoek moet leren of meer aandacht voor taalverwerving het rendement in de wiskundelessen vergroot en helpt uitsluiting van bepaalde (groepen) leerlingen in dit cruciale vak te voorkomen. Meer aandacht voor contexten is in lijn met realistisch wiskundeonderwijs en kan tegelijk een positieve invloed op taalverwerving hebben. De docent heeft hierin een sleutelrol, maar de geobserveerde docent realiseert niet vanzelfsprekend ook taalverwervingscondities door 'gewoon goed' wiskundeonderwijs te geven. Interactiemogelijkheden tussen leerlingen onderling, alsmede functionele schrijfopdrachten die meer taalproductie uitlokken, zullen bijvoorbeeld door de docent zelf georganiseerd moeten worden. De vraag is welke verandering in docentcognitie zou bijdragen aan uitbreiding van zijn didactisch repertoire, in zo'n vorm dat ook minder taalvaardige leerlingen optimaal van de wiskundeles kunnen profiteren.

Tenslotte moeten we constateren dat het 'rendement' van lessen op basis van diepgaande analyse van klassikale lesfragmenten slechts incidenteel is vast te stellen. De hardste gegevens in dat opzicht zijn de proefwerkresultaten. Het is aantoonbaar dat leerlingen die in de klassikale interactie blijf hebben gegeven van inzicht in de wiskundige stof, deze in nieuwe talige contexten soms niet weten toe te passen. Dit onderstreept het belang van meer expliciete begripscontroles door de docent tijdens de les in combinatie met pogingen om - tijdens individuele hulpmomenten - onbegrip op te sporen en weg te nemen.

## Literatuur

- Berenst, J., Hajer, M., & Koole, T. (2001). Leerlingcategorisering en klasse-interactie. *Tijdschrift voor Taalbeheersing*, 23, 178-198.
- Branden, K. van den (1995). *Negotiation of meaning in second language acquisition: a study of primary school classes*. Leuven: K.U.

- Boer, C. van den (2001). Ik zie ik zie wat jij niet ziet? Ik hoor ik hoor wat jij niet hoort! *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs, Panamapost*, 19, 7-14.
- Cobb, P., Wood, T., & Yackel, E. (1993). Discourse, mathematical thinking, and classroom practice. In N. Minick, E. Forman & A. Stone (Eds.). *Contexts for learning: Social Dynamics in Children's Development* (pp. 91-119). Oxford: Oxford University Press.
- Cummins, J. (1984). Wanted: a theoretical framework for relating language proficiency to academic achievement among bilingual students. In C. Rivera (Ed.), *Language proficiency and academic achievement*, (pp. 2-19). Clevedon: Multilingual Matters.
- Eerde, H.A.A. van (1996). *Kwantiwijzer. Diagnostiek in reken-wiskundeonderwijs*. Tilburg: Zwijsen.
- Elbers, E. (1988). *Social context and the child's construction of knowledge*. Academisch proefschrift, Utrecht.
- Ellis, R., Tanaka, Y., & Yamazaki, A. (1994). Classroom interaction, comprehension, and the acquisition of L2 word meanings. *Language Learning*, 44, 449-491.
- Erickson, F. (1982). Classroom discourse as improvisation: relationships between academic task structure and social participation structure in lessons. In L.C. Wilkinson (Ed.), *Communicating in the classroom* (pp. 153-181). New York: Academic Press.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Reidel.
- Gravemeijer, K. (1995). Het belang van social norms en socio-math norms voor realistisch reken-wiskundeonderwijs. *Tijdschrift voor nascholing en onderzoek van het reken-wiskundeonderwijs, Panamapost*, 14, 17-23.
- Hajer, M. (1996). *Leren in een tweede taal. Interactie in vakonderwijs aan een meertalige mavo-klas*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Khisty, L.L. (2001). *Effective teachers of second language learners in mathematics*. Paper presented at the 25th conference of the PME (Psychology of Mathematics Education.) Utrecht, Juli 2001.
- Lier, L. van (1988). *The classroom and the language learner. Ethnography and second-language classroom research*. New York: Longman.
- Mercer, N. (1995). *The Guided Construction of Knowledge*. Clevedon: Multilingual Matters Ltd.
- Mehan, H. (1979). *Learning lessons: social organization in the classroom*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Nelissen, J., & Oers, B. van (2000). *Rekenen maar! Reflecties op de praktijk*. Baarn: Bekadidact.
- Pica, T. (1994). Research on negotiation: what does it reveal about second-language learning conditions, processes, and outcomes? Review article. *Language Learning*, 44, 493-527.
- Prenger, J. (2001). Vocabulaire hindernissen bij wiskunde. *Toegepaste Taalwetenschap in Artikelen*, 66, 53-68.
- Treffers, A. (1987). *Three dimensions: A model of goal and theory description in mathematics instruction. The Wiskobas Project*. Dordrecht: Reidel.
- Wit, W. de, Suhre, C., & Mulder, L. (1996). *OVB-doelgroep leerlingen in het voortgezet onderwijs. Deel 2: de onderwijspositie van cohort 92-8 in het tweede jaar*. Nijmegen/Groningen: ITS/GION.