

Wat deugt er niet aan het wiskunde-onderwijs op middelbare scholen?

Vincent v.d. Noort, 17-6-2001

Het probleem

In Nederland heeft een groot deel van de bevolking een diepgewortelde afkeer van alles wat met wiskunde te maken heeft. De combinatie van totale desinteresse en de overtuiging "het toch niet te kunnen" is bij geen ander gebied van wetenschap of cultuur zo sterk verspreid en vooral zo sociaal geaccepteerd als bij wiskunde. Hun geheel of gedeeltelijke onvermogen om te gaan met de (zeldzame) wiskunde of wiskundige begrippen die in het dagelijks leven opduiken (zoals ik dat bijvoorbeeld heb met de iets minder zeldzame economie), wordt door veel mensen niet gezien als iets vervalends, maar eerder als iets verbroederends. Een soort gedeeld jeugdtrauma, waar men nu gelukkig lachend overheen kan stappen.

Dit is vreemd wanneer je bedenkt wat wiskunde (volgens mij) werkelijk is: het beantwoorden van vragen (of het oplossen van problemen) met geen andere wapens dan logisch redeneren, creativiteit en een grote fantasie (gewoon puzzelen, dus). En helemaal vreemd is het, als je bedenkt dat het "grote deel van de bevolking" waar ik het over heb, over het algemeen uit zeer intelligente, cultureel onderlegde en breedgeïnteresseerde mensen bestaat, die bovendien in veel gevallen ook nog behoorlijk machtig en/of invloedrijk zijn.

Mede daarom vind ik persoonlijk deze collectieve afkeer van wiskunde een enigszins angstaanjagend, ongezond en niet te vergeten fascinerend verschijnsel. Het roept de vraag op hoe het heeft kunnen ontstaan en hoe (of misschien beter: of) het voorkomen zou kunnen worden. Wat de eerste vraag betreft ligt de schuldige voor de hand: het wiskunde-onderwijs op middelbare scholen. Dit is immers voor veel mensen de enige plek waar ze met wiskunde of in elk geval met wiskunde die zo genoemd wordt, in aanraking komen. En daarmee ook de plek waar voor de meeste mensen het beeld van wat wiskunde is, gevormd wordt.

Sinds ik wiskunde studeer en veelvuldig bijles geef aan scholieren en daarnaast voortdurend mensen tegenkom die vragen wat ik studeer en vervolgens vrijwel zonder uitzondering als antwoord geven: "als ik vroeger nou ergens slecht in was...", ben ik steeds meer geïnteresseerd geraakt in de vraag welke factoren er toe leiden dat iemand iets niet snapt, of denkt dat hij iets niet snapt (voor zover het zin heeft daar onderscheid tussen te maken). En in het verlengde daarvan: wat is er nou toch mis met het onderwijs, waardoor een afkeer van wiskunde zo'n algemeen verschijnsel is, zou hier misschien iets aan gedaan kunnen worden?

De leerlingen

Hoewel de belangrijkste bron van de wiskunde-afkeer in onze samenleving misschien wel ligt in het feit dat leerlingen wiskunde niet leuk vinden, is de voornaamste oorzaak hiervan, dat ze het niet snappen. Dit 'niet snappen' is een intrigerend en moeilijk definieerbaar begrip (ja 'wel snappen' natuurlijk ook, maar ik ben meer geneigd dat als een soort 'natuurlijke toestand' te zien; als iemand mij vraagt: "weet je misschien hoe laat het is?", dan begrijp ik wat daarmee bedoeld wordt, zonder me daar verder van bewust te zijn). Toch zal ik proberen, daar waar het niet snappen op wiskunde betrekking heeft, verschillende vormen te onderscheiden. Het voornaamste onderscheid is dat tussen het niet begrijpen van één, concreet, min of meer afgebakend ding enerzijds, en een soort groot alles omvattend "er niets (meer) van begrijpen" anderzijds.

De eerste vorm van iets niet begrijpen is niet erg. Ten eerste is het volkomen logisch dat hij optreedt. Als er iets verteld wordt, wat voor de luisteraar volkomen nieuw is, hoeft dit natuurlijk niet automatisch te gebeuren in de formulering die het meest geschikt is om de luisteraar te bereiken. Daarnaast is, wanneer de leerling weet wat hij niet snapt, het probleem al voor de helft opgelost. Iedereen kent wel het verschijnsel dat je iets wil vragen aan iemand, maar doordat je jezelf daarbij dwingt de zaken goed op een rijtje te zetten, je zelf al het antwoord vindt voor je bent uitgesproken. En ook als dit verschijnsel niet optreedt, zijn er altijd leraren of medeleerlingen die je kunnen helpen.

Het echte probleem zit in het allesomvattende niet-begrijpen. Dit is volgens mij voor een groot deel niet zozeer een kwestie van echt niet snappen wat op een bepaald punt in een vraag of antwoord gezegd wordt, maar meer een manier van tegen de wiskunde in kwestie aankijken. Een soort paniecreactie. Een ophouden met nadenken bij de afschrikwekkende aanblik van de wiskundige formules. En een, in vele teleurstellende ervaringen aangegroeid gevoel van "ik kan het toch niet", dat als een volmaakte self-fulfilling prophecy zijn dodelijke werk doet. De interessante vraag is hier natuurlijk: waar wordt dit door veroorzaakt?

Het maken van een wiskundesom zou je kunnen opdelen in drie delen: het begrijpen wat er gevraagd wordt, het bedenken hoe je dat moet doen, en dat dan vervolgens correct uitvoeren. Het eerste zou vanzelfsprekend moeten zijn, het middelste is de "eigenlijke" wiskunde en het laatste is in het ideale geval vooral een kwestie van goed opletten dat je geen minnen vergeet over te schrijven. In de praktijk blijkt dat veel mensen al zoveel moeite met het eerste en het derde hebben, dat ze aan de eigenlijke wiskunde nauwelijks meer toekomen. Hiervoor bestaan verschillende oorzaken. Ik wil grofweg twee gevallen onderscheiden: gebreken in de kennis en intimidatie.

Ten eerste gebreken in de kennis. In principe is het heel goed mogelijk dat iemand in de vijfde klas totaal geen idee heeft wat in een bepaalde som gezegd of gevraagd wordt, alleen, of min of meer alleen, omdat hij in de tweede klas iets relatief onbenulligs gemist heeft. Net zoals je van een Duitstalige zin de hele betekenis niet kunt begrijpen omdat je de betekenis van één woord niet kent. Bij wiskunde is de boosdoener alleen vaak minder direct aan te wijzen. Hierdoor kan de leerling al gauw het idee krijgen dat hij dom is, terwijl het feit dat hij alle tussenliggende jaren doorstaan heeft, zonder eigenlijk te begrijpen waar hij mee bezig was, eerder bewijst dat hij bijzonder intelligent is. Maar het zegt ook iets over de manier waarop het onderwijs in elkaar zit, waarover later graag meer.

Minstens even schrijnend is het geval van intimidatie. Veel leerlingen zijn in principe heel goed in staat het beschrevene te bevatten en de gevraagde logische stappen te maken, maar laten zich intimideren door de enge en onbegrijpelijke manier waarop het eruit ziet. "Goed zijn in wiskunde, is vooral een kwestie van door hebben dat het eigenlijk niets voorstelt", heb ik ooit gezegd tegen een bijlesleerling en hoewel dat 'niets' misschien wat overdreven is, is het zeker waar.

Heel veel wiskunde bestaat uit redelijk vanzelfsprekende redeneringen ("Mijn vader is dertig jaar ouder dan ik, dus toen ik geboren werd, was hij dertig"), die je niet herkent door de abstracte en angstaanjagende manier waarop ze verstoep zijn in allerlei x'en, y'en f'en en g's. Het grootste deel van de middelbare schoolwiskunde (zeker bij wiskunde b) is erop uit om aangstaanjagende draken als $2X^2 + 10X + 1 = 13$ terug te brengen tot kindvriendelijke getallen als 2 en 3. Maar het koelbloedig stap voor stap uitvoeren hiervan vereist een zekere arrogantie. Niet iedereen kan het zelfvertrouwen opbrengen om dit soort of ergere formules tegemoet te treden met een air van "ja, mannetje dat ziet er wel erg mooi uit met die kwadraten en zo, maar wij weten wel beter. Eigenlijk ben je niets meer dan een paar miezige cijfertjes", terwijl zo'n houding wél is wat je nodig hebt. Helaas is zelfvertrouwen niet iets wat je even in een handige navulverpakking uit de supermarkt haalt. Als je niet op veel goede ervaringen kan steunen die enige arrogantie mogelijk maken, ligt het veel meer voor de hand om gewoon in paniek te raken.

De lesmethoden

Wiskunde-onderwijs is voor een groot deel niet leuk. Wiskundelessen daarentegen wel. Tijdens geen enkele les heb ik zoveel met klasgenoten gepraat en gelachen als tijdens wiskunde. Dit is echter niet de verdienste van de wiskunde zelf. Leuke wiskunde is wiskunde waarbij je zelf iets bedenkt, bijvoorbeeld de oplossing van een probleem. Op dat moment snap je ook heel goed waarom dat de oplossing van het probleem is, en onthoud je het ook beter. Het is net als bij moppen, waar de luisteraar de laatste stap zelf moet bedenken omdat hij er anders nooit om zal lachen.

Bijna alle wiskunde op de middelbare school bestaat uit de mededeling "dit en dat soort probleem los je zo en zo op". Waarna je dat heel vaak gaat oefenen om het goed onder de knie te krijgen. Of niet. Niet alleen schenkt dit weinig voldoening, het kan er ook toe leiden dat mensen de methoden uit hun hoofd leren, zonder echt te begrijpen wat ze aan het doen zijn. Dat maakt het toepassen van de methode tot een enigszins frustrerende bezigheid, en bovendien is het gevaar dat men dingen verkeerd onthoudt zonder het zelf door te hebben, groot. Vroeg of laat gaat dit meestal mis.

Mogelijke verbeteringen?

De vraag is of aan al deze ellende iets gedaan kan worden. Om op het geval van de leerling terug te komen die in de vijfde klas iets niet snapte omdat hij in de tweede iets gemist had: in principe is dit een vrij eenvoudig te genezen, zo niet te voorkomen probleem. Ware het niet dat we te maken hebben met een enorm lerarentekort. Als de leraar of bijlesgever naast een leerling zit op het moment dat hij een som maakt, kan hij zien op welk moment het fout gaat en vragen waarom de leerling iets doet, of wat hij denkt dat iets betekent. Door door te vragen

kan het probleem in korte tijd worden opgespoord en uitgelegd. De puzzelstukjes die voor jarenlang onbegrip zorgden vallen op hun plaats, en ze leefden nog lang en gelukkig. Bij wijze van spreken uiteraard.

Als je echter een klas van 33 leerlingen hebt en alleen op een proefwerk het eindresultaat ziet ("er klopt iets niet"), kun je als leraar vaak weinig anders doen dan nog maar eens uitleggen hoe het dan wel moet. Dat werkt echter weer het hierboven beschreven uit-het-hoofd-leren-zonder-te-begrijpen in de hand.

Aan het probleem dat lesmethodes voornamelijk bestaan uit het oefenen van het toepassen van methodes om iets op te lossen, is vrees ik ook niet zo heel veel te doen. Veel meer dan een aantal jaren geleden wordt al de door mij bejubelde 'socratische methode' (net zolang gerichte vragen stellen tot de leerling zelf op een cruciaal geniaal idee komt) toegepast, vooral om de te leren oplosmethoden te ontdekken. Maar daarna zullen ze toch eindeloos geoefend moeten worden, omdat het examenprogramma een bepaalde vaardigheid met die oplosmethodes voorschrijft. Het socratische deel neemt daardoor maar een klein stukje in, en als bovendien de leerling niet op het geniale idee komt, omdat er meer vragen nodig zijn, maar niemand dat doorheeft, gaat het effect natuurlijk helemaal verloren. Het rigoreus omgooien van het hele wettelijke programma van waar wiskunde op middelbare scholen uit zou moeten bestaan, zou natuurlijk wel ongekende mogelijkheden bieden, maar daar durf ik niet te veel over te fantaseren.

Het voornaamste wat wiskunde-leraren en lesboeken in het licht van dit alles nog zouden kunnen doen om de schade te beperken, is tussen de bedrijven door de leerlingen er op de een of andere manier van overtuigen dat wiskunde ook leuk kan zijn. Dat het gewoon puzzelen is, en dat het wel degelijk veel met de werkelijkheid te maken heeft. Als dat zou lukken zou de wereld er volgens mij een stuk op vooruitgaan.