LE MATHEMATICIEN LUXEMBOURGEOIS BERNARD ISIDORE CLASEN (1829-1902)

1. — Le Luxembourg, petit pays, ne produit guère des mathématiciens de premier plan. Au 19me siècle les Luxembourgeois qui s'adonnaient aux mathématiques, avaient presque tous des attaches avec la Belgique, soit qu'ils y aient reçu leur formation universitaire, soit qu'ils aient occupé des chaires d'université dans leur pays d'adoption. Citons les noms d'Antoine Meyer, de Mathias Schaar, de J.-B. Brasseur, de Joseph Neuberg. Comme eux, Clasen se fit inscrire à une université belge, mais rentra au pays pour se faire prêtre et termina sa carrière comme curé-doyen de la petite ville d'Echternach bien connue pour son site et sa procession dansante.

Bernard Isidore Clasen naquit à Grevenmacher, le 7 avril 1829. Son père, un instituteur dont tout le pays vantait les qualités pédagogiques, l'envoya faire ses humanités à l'Athénée de Luxembourg. Brillant élève, Bernard partit à 16 ans pour Louvain où il suivit des cours de mathématiques. Il est difficile de fixer la durée exacte de son séjour à l'université. En effet, les listes d'inscription ont disparu dans l'incendie de 1914, d'autre part Clasen ne s'est présenté à aucun examen universitaire. Il quitta Louvain probablement au bout d'une année, enseigna pendant trois ans au Collège de Bastogne, puis entra au Grand Séminaire à Luxembourg, où il fut ordonné prêtre le 12 mars 1853. Voici les étapes ultérieures de sa carrière : vicaire à Luxembourg (St. Michel) ; aumônier et professeur à l'Ecole Normale de Luxembourg (fin 1853) ; curé-doyen à Echternach (24 mai 1870) où il mourut le 11 janvier 1902.

A l'Ecole Normale Clasen enseigna l'arithmétique et l'algèbre élémentaire. On peut douter qu'il ait eu de bonnes connaissances des mathématiques supérieures. Dans ses publications il s'est strictement borné à des questions d'algèbre et de la théorie des déterminants qui l'a attiré particulièrement. Mais cet autodidacte, cette tête bien faite a découvert une méthode ingénieuse qui a fait connaître son nom dans les milieux scientifiques.

Abonné à *Mathesis*, Clasen était en relation avec le mathématicien Paul Mansion. Dans le recueil de correspondance de Mansion que la Bibliothèque Royale a acquis en juillet 1959, il se trouve deux lettres ainsi qu'un mémoire inédit de Clasen.

2. — Avant d'analyser les travaux de Clasen nous reproduisons quelques passages des *lettres* qui prouvent combien l'humble chercheur, isolé au fond du pays, était heureux et reconnaissant d'être en contact avec un homme de science, toujours prêt à lui prodiguer conseils et renseignements.

Echternach, le 23 octobre 1886

Monsieur le Professeur,

Je ne saurais vous dire combien vos grandes attentions me touchent. J'ai honte d'avoir augmenté la besogne qui doit vous accabler. J'étais enchanté en traduisant le « Anhang » (*) de faire la connaissance du déterminant de Sylvester : tellement j'étais surpris de voir les opérations de la recherche du plus grand commun diviseur réduites à la résolution d'un système d'équations linéaires. Le charme n'a duré que 24 heures après lesquelles je me suis aperçu qu'au fond **l'élimination ne différait pas de la division.** J'ai développé cette idée, et comme nous en avions parlé je fus tenté de vous communiquer ce petit travail. C'est tout. Il me suffit que vous vouliez bien y jeter un coup d'œil. Si mes raisonnements ne vous paraissent pas assez clairs, je vous prie de laisser tout. Vous n'avez à peu près qu'à lire la première page. Le reste n'est qu'un mécanisme que vous saisirez de suite. Vous vous êtes servi de moyens semblables dans vos savantissimes « Notes »...

... Il n'y a que quelques précautions à observer dans l'étude du déterminant de Cauchy...

......

Si j'avais osé vous embarrasser de mes élucubrations, j'aurais mis en ordre **quelques notes sur l'élimination des équations linéaires auxquelles j'attache plus d'importance.** Elles formeraient un complément de la théorie algébrique et une introduction au calcul des déterminants. Mais pour vous rassurer je vous promets de vous en faire grâce.

(*) « appendice ». Il s'agit d'un traité d'algèbre allemand.

Veuillez agréer, Monsieur le Professeur, l'assurance de ma haute estime, de ma vive reconnaissance et de ma sincère amitié.

B. I. Clasen.

**
*

Echternach, le 8 août 1887

Monsieur le Professeur,

Le cahier Août-Septembre de la Mathesis m'indique que vous vous préparez des jours libres...

... (Clasen invite Mansion à venir à Echternach)...
Je vous ai donné ma parole que je vous faisais grâce de mes notes sur la manière de calculer les déterminants ou ce qui revient au même de faire l'élimination entre les équations du 1er degré. Je n'y faillirai pas. Cependant je voudrais bien savoir les titres de trois ouvrages...

Quel est le livre récent qui contient la plus complète exposition de la manière de calculer les déterminants ?

Quel est le livre qui contient la plus complète discussion des équations du premier degré ? Je voudrais me les procurer pour voir s'il y a du nouveau dans mes notes.

Quelle est la revue à laquelle mes notes conviendraient le mieux ?... Je n'aime pas trop les « Nouvelles Annales » et je doute qu'elles seraient à leur place dans la « Mathesis » dont la place est déjà trop restreinte pour ses collaborateurs.

S'il fallait pour vous orienter une exposition plus exacte de ma méthode, vous pourriez peut-être lire l'exemple auquel je l'applique. Vous n'auriez besoin que d'y jeter un coup d'œil sans rien étudier ni calculer.

......

(Clasen craint qu'il n'importune Mansion et le prie de ne pas lui retirer son amitié)...

... et vous prie de croire fermement à la sincérité de ma haute estime et de ma reconnaissance.

B. I. Clasen.

3. — Etant professeur à l'Ecole Normale, Clasen a rédigé deux petits manuels d'arithmétique et d'algèbre (1865 et 1868).

Voici les mémoires qu'il a publiés à l'étranger :

a) Dans le tome IV des *Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure* (Gautier-Villars, Paris) : Solutions entières de l'équation indéterminée $Ax + By = S$. Pour A, B, C entiers positifs il développe et démontre, sur 8 pages, un algorithme pour trouver des solutions simples, en décomposant $S = aA + bB + cC + \ldots$ où A, B, $C\ldots$ sont les diviseurs intervenant dans la recherche du p.g.c.d. de A et B. Procédé ingénieux, mais un peu artificiel.

b) Le mémoire qui accompagnait la première des lettres à Mansion avait pour titre : « Les méthodes d'élimination ramenées à la recherche du plus grand commun diviseur ». Le problème de l'élimination (trouver les conditions pour que deux équations aient au moins une racine commune ou que deux polynômes aient un diviseur commun non constant) occupait beaucoup les mathématiciens de ce temps. Dans des articles ils apportaient des compléments aux méthodes qu'avaient développées Euler, Cramer, Bezout, Cauchy, Sylvester. Mansion lui-même, en 1878 et 79, publia 4 notes sur l'élimination dans le *Bulletin de l'Académie Royale de Belgique*. Le mémoire de Clasen n'apportait pas de résultats nouveaux, d'autre part il était assez étendu (le manuscrit comporte 8 pages grand format remplies d'une écriture fine et serrée). Voilà probablement les raisons pour lesquelles le travail ne fut pas imprimé.

Mais l'idée, originale et ingénieuse, mérite d'être retenu. Clasen part de la considération suivante : Si deux polynômes sont de même degré n, le reste R_{n-1} de leur division s'obtient — à un facteur numérique près — en éliminant la plus haute puissance x^n entre les équations correspondantes $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$. Si les degrés sont différents $m > n$, il prend $f(x)$ et $x^{m-n}g(x)$ et le procédé donnera successivement les restes partiels R_{m-1}, $R_{m-2}, \ldots$ Clasen démontre que le dernier reste R_{n-1} s'obtient sous forme d'un déterminant en éliminant $x^n, \ldots\ x^m$ entre $f(x) = 0$, $x^{m-n}g(x) = 0, \ldots\ g(x) = 0$. Si R_{n-1} est identiquement nul, les équations données ont n racines communes. La condition pour que les deux équations aient *une* racine commune est donc $R_0 = 0$. A cet effet Clasen élimine toutes les puissances de x entre les $m + n$ équations $x^{n-1}f(x) = 0 \ldots\ f(x) = 0$, $g(x) = 0, \ldots\ x^{m-1}g(x) = 0$ et arrive au résultant de Sylvester. Dans la dernière partie du travail il réduit le déterminant d'ordre $m + n$ à un déterminant de Bezout-Cauchy d'ordre m.

Quoique plus longue, la méthode de Clasen est plus claire que l'astucieuse « méthode dialytique » du mathématicien anglais.

c) C'est grâce à Mansion que fut publié le mémoire : « Sur une nouvelle méthode de résolution des équations linéaires et sur l'application de cette méthode au calcul des déterminants ». Cette « méthode des coefficients égaux », comme Mansion l'appelait dans son rapport élogieux, parut dans les *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*, XII, B 251-281 (1888). L'année suivante Gauthier-Villars publia les extraits (mémoire et rapport annexé) et en 1890 la traduction allemande en fut donnée par la *Zeitschrift für das Realschulwesen*, XV, à Vienne. La méthode connut un réel succès dans les milieux scientifiques. De nos jours elle est citée dans bien des traités d'analyse numérique. R. Mehmke l'analysa dans la revue *Zeitschrift für Angewandte Math. und Mechan.*, X (1930).

Pour expliquer cette méthode comparons-la à la méthode classique de l'algèbre élémentaire. Soit un système numérique à trois inconnues

$$\begin{array}{rcrcrcr|c|l} -3x & - & 4y & + & 2z & = & 15 & & \\ x & - & y & + & 5z & = & 31 & 3 & \text{Eliminer } x \\ -x & + & 5y & + & 6z & = & 73 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcrcr|c|l} - & 7y & + & 17z & = 108 & 4 & \\ & 4y & + & 11z & = 104 & 7 & \text{Eliminer } y \\ \hline & & & 145z & = 1160 & & \end{array}$$

On obtient donc un système en cascade (ou triangulaire)

$$\begin{array}{rcrcrcr} -3x & - & 4y & + & 2z & = & 15 \\ & - & 7y & + & 17z & = & 108 \\ & & & & 145z & = & 1160 \end{array}$$

d'où par substitution arrière on a les solutions

$$\begin{aligned} z &= 8 \\ y &= 4 \\ x &= -5 \end{aligned}$$

Clasen procède autrement. Il n'élimine pas une inconnue dans *toutes* les équations, mais commence par les deux premières : il élimine de la 1re y et de la 2me x. A ces équations réduites il ajoute la 3me, élimine x et y de la 3me, puis z des deux premières équations réduites.

Finalement il aboutit à un système ne renfermant que les inconnues dans les termes diagonaux. Voici les opérations :

$$
\begin{array}{lrcrcrcr|c|l}
(1) & -3x & - & 4y & + & 2z & = & 15 & \text{Elim. } y & \text{Elim. } x \\
(2) & x & - & y & + & 5z & = & 31 & (-4) & .3 \\
(3) & -x & + & 5y & + & 6z & = & 73 & & \\
\hline
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lrcrcrcr|c|l}
(1') & -7x & & & - & 18z & = & -109 & 1 & \\
(2') & & - & 7y & + & 17z & = & 108 & (-5) & \text{Elim. } x \text{ et } y \\
(3) & -x & + & 5y & + & 6z & = & 73 & (-7) & \text{dans } (3) \\
\hline
 & & & & - & 145z & = & -1160 & & \\
 & & & & & z & = & 8 & & \\
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lrcrcrcr|c|c|l}
(1') & -7x & & & - & 18z & = & -109 & & & \text{Elim. } z \\
(2') & & - & 7y & + & 17z & = & 108 & & & \text{dans } (1') \\
 & & & & & z & = & 8 & .18 & (-17) & \text{et } (2') \\
\hline
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rrrrcrl}
-7x & & & = & 35 & & x = -5 \\
 & -7y & & = & -28 & \text{d'où} & y = 4 \\
 & & z & = & 8 & & z = 8 \\
\end{array}
$$

Ce qui frappe c'est que dans les équations (1') et (2') les termes diagonaux ont le même coefficient (au signe près) ce qui permet d'éliminer d'emblée x et y de l'équation (3). D'où la dénomination *méthode des coefficients égaux*. Dans son travail Clasen a exposé l'élimination sur un système à 5 inconnues. Toutefois il ne mit pas en évidence cette particularité de la diagonale principale soit en disposant judicieusement les équations, soit en distinguant les pivots des équations et des inconnues. Il aurait vu que sa méthode transforme le système directement en système à matrice diagonale, tandis que le procédé ordinaire ou de Gauss aboutit à une matrice triangulaire. L'élimination selon Clasen s'explique le plus simplement par la multiplication matricielle. Les avantages cités par Mansion (nombre d'opérations moindre, calcul numérique des déterminants) n'ont plus aujourd'hui la même importance.

4. — Relevons que l'abbé Clasen n'avait pas seulement le goût des mathématiques, mais aussi celui des arts. En sa qualité de doyen

d'Echternach, il devait s'occuper de tout ce qui avait trait à la restauration de la célèbre basilique. Dans beaucoup d'articles il exposait élégamment ses idées esthétiques et savait les défendre avec habileté.

Pendant sa vie il récolta quelques honneurs, il devint chanoine, il reçut une décoration. Malheureusement ses publications mathématiques étaient mieux connues et appréciées à l'étranger que dans son pays natal.

Lucien Kieffer (Luxembourg).

SAMENVATTING

Bernard Isidore Clasen (Grevenmacher, 7 april 1829 - Echternach, 11 januari 1902) kwam op 16-jarige leeftijd naar Leuven waar hij, waarschijnlijk slechts één jaar, wiskunde studeerde. Hij was een drietal jaren werkzaam als leraar aan het College van Bastogne. Na zijn priesterwijding te Luxemburg in 1853 was hij achtereenvolgens kapelaan in Luxemburg, leraar wiskunde aan de Normaalschool van dezelfde stad en van 1876 tot aan zijn dood deken van Echternach.

Onlangs kwam de Koninklijke Bibliotheek te Brussel in het bezit van twee brieven van Clasen aan Paul Mansion (1844-1919), professor aan de Universiteit te Gent. Bij een van de brieven voegde Clasen een bijdrage over eliminatie, die echter nooit werd gepubliceerd. Hierin bepaalt hij op een originele manier de voorwaarde waaraan moet voldaan zijn, opdat twee veeltermen een gemeenschappelijke oplossing zouden toelaten. De gevolgde methode is weliswaar langer dan die van Sylvester, maar eenvoudiger.

Clasen's voornaamste bijdrage tot de wiskunde is zijn « methode van de gelijke coëfficiënten » voor het oplossen van stelsels lineaire vergelijkingen.

Als deken hield Clasen zich bezig met het herstel van de beroemde basiliek van Echternach. Hij had grote belangstelling voor kunst en verdedigde zijn opvattingen in verschillende artikelen.