



## **Gebruik de beste strategie en win!**

Verandering in strategiegebruik voor het oplossen van kansrekening gerelateerde taken bij basisschoolkinderen

**Naam student: Ghisoun Hbaba (3281043)**

**1<sup>e</sup> beoordelaar / begeleider: dr. J. Boom**

**2<sup>e</sup> beoordelaar: prof. dr. D. Brugman**

**Universiteit Utrecht**

**Masterthesis studiepad Kinder- & Jeugdpsychologie**

**05 juli 2012**

## **Abstract**

Chance, uncertainty and probability have an impact on what we do, experience, think and decide. Each event is characterized by an estimate of the probable, possible, improbable or desirable outcome of it. This is a microgenetic research about the concept of chance and coincidence in elementary school children. During five weeks participated 77 children from group three, five and seven once a week in this study. It was expected that during these five weeks improvement will occur in the strategy use of the children. It was also expected that older children use more sophisticated strategies to solve probability related tasks than younger children. The literature is inconclusive about at which age children have a full understanding of chance and coincidence and therefore the probability related tasks are tested in three cohorts of primary school children. The results showed that a significant improvement occurred in the "two color dial" task during the five weeks of research. The "multi-color dial" task showed no significant improvement and for the "ball pit" task there has only improvement occurred in groups five and seven. The results also showed that older children use more sophisticated strategies than younger children to solve probability related tasks. This study contributes to a discussion about the possible introduction of probability in elementary education.

## **Samenvatting**

Kans, onzekerheid en waarschijnlijkheid hebben een invloed op wat we doen, ervaren, denken en beslissen. Elke gebeurtenis wordt gekenmerkt door een schatting over de waarschijnlijke, mogelijke, onwaarschijnlijke of wenselijke uitkomst ervan. Dit is een microgenetisch onderzoek naar het begrip van kans en toeval bij basisschoolkinderen. Vijf weken lang hebben 77 kinderen uit groep drie, vijf en zeven één keer per week deelgenomen aan dit onderzoek. Verwacht werd dat er gedurende de vijf weken van onderzoek verbetering zal optreden in het strategiegebruik van de kinderen. Daarnaast werd verwacht dat oudere kinderen geavanceerdere strategieën gebruiken bij het oplossen van kansrekening gerelateerde taken dan jongere kinderen. De literatuur is niet eenduidig over de leeftijd waarop kinderen een volledig begrip van kans en toeval ontwikkelen en daarom zijn de kansrekening gerelateerde taken bij drie cohorten van de basisschoolkinderen afgenomen. Uit de resultaten is gebleken dat er een significante verbetering is opgetreden bij de "tweekleurendraaischijf" tijdens de vijf weken van onderzoek. Bij de "meerkleurendraaischijf" is er geen significante verbetering opgetreden en bij de "ballenbak" is er alleen verbetering opgetreden bij de kinderen uit groep vijf en zeven. Ook blijkt uit de resultaten dat oudere kinderen geavanceerdere strategieën gebruiken dan jongere kinderen bij het oplossen van kansrekening gerelateerde taken. Het praktisch belang van deze studie is de bijdrage aan een discussie over de mogelijke invoering van kansrekening in het basisschoolonderwijs.

## Inleiding

De mens kan zich geen leven voorstellen zonder voorspellen en is gewend geraakt aan het idee dat de toekomst te voorspellen is. Gebeurtenissen voorspellen kan veel voordelen met zich meebrengen. Om bijvoorbeeld de vraag te beantwoorden of het morgen zal regenen, worden allerlei berekeningen uitgevoerd om de kans op regen met uiterste precisie te kunnen voorspellen. Het is niet altijd vanzelfsprekend geweest gebeurtenissen te kunnen voorspellen.

Op maandag 24 augustus 1654 stuurde Blaise Pascal een brief naar Pierre de Fermat die ervoor zou zorgen dat de mens de toekomst niet langer als geheel onvoorspelbaar en buiten zijn bereik zou zien. De brief van Blaise Pascal laat zien hoe de toekomst voorspeld kan worden door het berekenen, vaak met buitengewone precisie, van numerieke kans op een bepaalde voorkomende gebeurtenis. Door de correspondentie tussen de twee geleerden B. Pascal en P. de Fermat over "het verdelen van de pot" na een niet afgemaakt kaartspelletje is het fundament gelegd voor een belangrijke tak in de wiskunde: kansrekening (Devlin, 2008). Sindsdien is het menselijk leven veranderd en was er een manier om kansrekening toe te passen bij het voorspellen van gebeurtenissen. De mens was in staat zijn leven met meer precisie te plannen dan voorheen mogelijk was. Niet alleen wetenschappers en ingenieurs hadden profijt van deze ontdekking maar ook de gewone mensen. Zaken, politiek, defensie, oorlogvoering, wetenschap, bouwkunde, geneeskunde, sport, recreatie, financiën, huisvesting, transport en vele andere aspecten van het dagelijks leven hebben te maken met kansrekening (Devlin, 2008).

Kans, onzekerheid en waarschijnlijkheid hebben een invloed op wat we doen, ervaren, denken en beslissen. Elke gebeurtenis wordt gekenmerkt door een schatting over de waarschijnlijke, mogelijke, onwaarschijnlijke of wenselijke uitkomst ervan. Wat is de kans dat het gaat sneeuwen? Wat is de kans dat ik ga winnen? Wat is de kans dat ik de trein zal halen? Waarschijnlijkheid wordt gedefinieerd als de kwantificering van kans en één van de wiskundige componenten van waarschijnlijkheid is willekeur (Nikiforidou & Pange, 2010). Meer specifiek houdt een volledig begrip van willekeur in dat enkele willekeurige gebeurtenissen onvoorspelbaar zijn, maar op lange termijn de structuur van een reeks uitkomsten wel voorspelbaar is (Metz, 1998).

Kans en toeval zijn belangrijke begrippen in het wiskundeonderwijs wereldwijd. Niet alleen bij oudere kinderen maar ook bij jongere kinderen wordt in veel landen aandacht besteed aan kansrekening. In West- Australië worden kinderen op de kleuterschool aangemoedigd om in gesprekken over kans te praten en in Canada wordt er van kinderen op de kleuterschool tot groep één van de basisschool verwacht dat ze een gebeurtenis kunnen voorspellen door gebruik te maken van de termen "nooit", "soms" of "altijd" (Nikiforidou & Pange, 2010). Uit onderzoek is gebleken dat jonge kinderen vooruitgaan wanneer ze herhaaldelijk bezig zijn met taken over kans en willekeur (Kafoussi, 2004). Op die manier kunnen de kinderen hun subjectieve interpretaties achterwege laten en ontwikkelen ze een primitief kwantitatief denken (Kafoussi, 2004).

Kansrekening maakt op dit moment geen deel uit van het reken-/wiskundeonderwijs op reguliere basisscholen in Nederland (Ministerie van Onderwijs, 2008). Gezien de net genoemde voordelen van het vroege introduceren van aan kansrekening gerelateerde taken bij jonge kinderen is het zinvol om te onderzoeken wat jonge kinderen begrijpen van kansrekening.

De manier waarop kinderen waarschijnlijkheden waarnemen en begrijpen kan worden bestudeerd wanneer ze spelletjes uitvoeren die te maken hebben met kans en willekeur (Nikiforidou & Pange, 2010). Taken waarin bijvoorbeeld draaischijven met gekleurde sectoren, dobbelstenen, kaarten en computersimulaties gebruikt worden, geven informatie over het probabilistische denken van jonge kinderen (Pratt, 2005). Leuke taken gaan gepaard met meer interesse en een hogere motivatie om de taak goed te voldoen (Falk & Wilkening 1998). Hawkins en Kapadia (1984) hebben kernvragen geformuleerd over wat kinderen begrijpen van kans: 1) Welke concepten van kans hebben kinderen van verschillende leeftijden? 2) Hoe veranderen deze concepten? 3) Zijn er optimale onderwijs- en leermogelijkheden? In de literatuur zijn geen eenduidige antwoorden op deze vragen te vinden (Garfield & Ahlgren, 1988). In dit onderzoek zullen de net genoemde eerste twee kernvragen over wat kinderen van kans begrijpen centraal staan.

Vele geleerden en onderzoekers hebben zich over kansrekening ontfemd omdat het een lastig probleem is; niet alleen kinderen maar ook volwassenen hebben moeite met kansrekening (Metz, 1998). Voordat huidige studie verder wordt toegelicht, zal aandacht worden besteed aan het werk van Piaget en Inhelder (1951). Zij waren de eersten die het begrip van kans bij jonge kinderen onderzochten. Ook zal het werk van Fischbein (1975) over kans worden besproken.

## Literatuuroverzicht

De cognitieve ontwikkeling van het kind verloopt volgens Piaget in vier stadia; het sensomotorisch stadium (globaal van geboorte tot twee jaar), het pre-operationeel stadium (twee tot zeven jaar), het concreet-operationeel stadium (zeven tot elf jaar) en het formeel-operationeel stadium (elf jaar en ouder) (Berk, 2006). Kinderen tussen de vier en zeven jaar kunnen geen onderscheid maken tussen zekerheid (ontoevallig) en onzekerheid (toevallig) (Piaget & Inhelder, 1975). Piaget en Inhelder (1951/1975) geven aan dat een individu het vermogen moet hebben om onzekerheid te herkennen en systematisch alle mogelijke combinaties te kunnen opnoemen van een uitkomst om volledig begrip van het probabilistische denken te kunnen bezitten. Het probabilistisch denken is een late ontwikkeling dat pas in het stadium van formele operaties tot stand kan komen. Volgens deze traditionele visie ontstaan probabilistische concepten in relatie tot leeftijd (Kreitler en Kreitler 1986) en ontwikkelen in overeenstemming met de ontwikkeling van meer complexe mentale handelingen op latere leeftijd. Op basis van de uitgevoerde onderzoeken naar het begrip van kans hebben Piaget en Inhelder (1975) een drie-stadia ontwikkelingschema van het probabilistisch denken ontwikkeld die in lijn is met de eerder genoemde cognitieve

ontwikkelingsstadia van Piaget. In het prelogisch-intuïtief stadium (vier tot zeven jaar) zijn er geen intuïties van willekeur en geen concepten van kans en waarschijnlijkheid gevormd. Tijdens het concreet-operationeel stadium (acht tot tien jaar) beginnen deze concepten van kans en waarschijnlijkheid zich te ontwikkelen en tijdens het formeel-operationeel stadium (elf en twaalf jaar) zijn deze concepten van willekeur en waarschijnlijkheid tot ontwikkeling gekomen (Piaget & Inhelder, 1975).

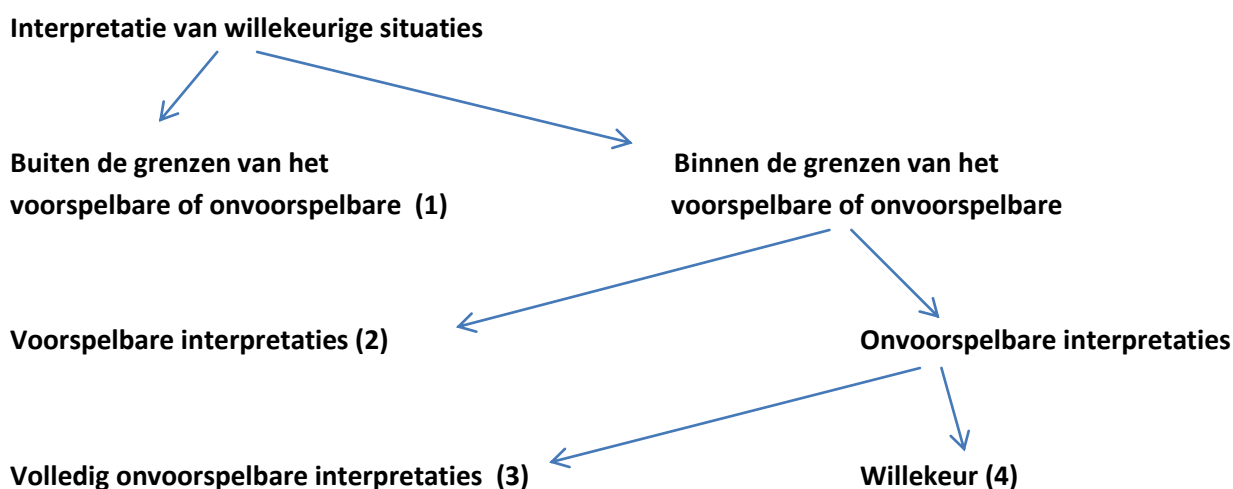
Een andere belangrijke onderzoeker op dit gebied is Fischbein (1975). Hij benadrukte de rol van intuïtie in de oorsprong en ontwikkeling van het probabilistisch denken. Intuïties zijn cognitieve inzichten die verkregen zijn via ervaringen van het individu, zonder de behoefte aan systematische instructie (Fischbein, 1975). Hij wijst de Piagetiaanse conclusie, dat een volledig idee van kans zich tijdens het "concrete-operationeel stadium" op ongeveer 7-jarige leeftijd ontwikkelt, af. Hij vond namelijk in zijn onderzoeken terug dat kleuters (drie tot zes jaar) het vermogen bezitten om kansen te schatten en daarom kunnen zij intuïtieve oordelen vormen over kans. Een soortgelijke kritiek op het werk van Piaget gaat over Piaget's bewering dat fundamentele probabilistische begrippen pas in het formeel-operationeel stadium gevormd zullen zijn (Piaget & Inhelder, 1975). Fischbein suggereerde dat de intuïtie van kans al aanwezig is van jongs af aan. Hij maakt een onderscheid tussen "primaire intuïties" en "secundaire intuïties." "Primaire intuïties" zijn intuïties die afgeleid zijn van de ervaring van het individu zonder de behoefte aan systematische instructies terwijl "secundaire intuïties" gevormd zijn door wetenschappelijke educatie, vooral op school. De wisselwerking tussen intuïties, logisch denken en instructie is centraal in Fischbein's theorie van de ontwikkeling van het probabilistisch denken.

Het lijkt daarom verstandig onderscheid te maken tussen intuïtie en begrip. De leeftijd waarop kinderen iets van kans zouden begrijpen, varieert tussen de drie en de elf jaar. Volgens vele onderzoekers zouden hele jonge kinderen iets begrijpen van kans. In een onderzoek van Kuzmak en Gelman (1986) hadden vier jaar oude kinderen enig begrip van willekeur wanneer zij gebeurtenissen moesten voorspellen. Ook in een onderzoek van Fay en Klahr (1996) konden vier en vijf jaar oude kinderen goed voorspellen wanneer het ging om zekere en onzekere/onbepaalde situaties. Ook recent onderzoek wijst uit dat hele jonge kinderen (tussen de drie en zes jaar) de basisbegrippen van kans bevatten (Kafoussi, 2004; Nikiforidou & Pange, 2010; Way, 2003) en vraagt zich af of traditionele theorieën het begrip van kans bij kinderen onderschat hebben.

Om het begrip van kans bij jonge kinderen te kunnen onderzoeken in deze studie, zullen de strategieën die de kinderen gebruiken om kansrekening gerelateerde problemen op te lossen in kaart worden gebracht. Voor het in kaart brengen van deze strategieën zal gebruik worden gemaakt van het model van Metz (1998). Zij heeft een model ontwikkeld voor het interpreteren van willekeurige verschijnselen dat in de volgende paragraaf uitgelegd zal worden.

## Het conceptuele raamwerk van Metz (1998)

Het conceptuele raamwerk van Metz is ontstaan uit wiskundige en cognitieve analyse van willekeur en waarschijnlijkheid. Twee aspecten zijn van belang om het begrip waarschijnlijkheid goed te kunnen toepassen: (1) het begrijpen van patronen en (2) het begrijpen van de waarschijnlijkheid van het optreden van willekeurige verschijnselen en weten dat het onmogelijk is om een precieze voorspelling van verdelingen te maken (begrip van onzekerheid). Het model van Metz (1998) bestaat uit vier denkniveaus die ieder uit één of meerdere categorieën bestaan, zie figuur 1. Het model gaat ervan uit dat het individu bij denkniveau één begint en geleidelijk stijgt naar denkniveau vier. De categorieën zijn taak specifiek en worden nu voor beide taken die in dit onderzoek gebruikt zijn, besproken. Voor uitleg van de gebruikte instrumenten, zie methode sectie.



**Fig. 1** Het conceptuele raamwerk van Metz

### De "kleurendraaischijf"

Denkniveau één, "buiten de grenzen van het voorspelbare of onvoorspelbare", gaat ervan uit dat de mogelijke patronen en de onzekerheid niet worden herkend/ begrepen en bestaat uit drie categorieën: "het verwerpen van waarschijnlijkheid", "persoonlijke voorkeur" en "op waarneming gebaseerde redenering". Bij "het verwerpen van waarschijnlijkheid" komt het bij het kind niet op dat ongelijke kleurvlakken ongelijke kansen hebben terwijl bij "persoonlijke voorkeur" het kind de "draaischijf" of fiche kiest op basis van voorkeur van kleur of vorm en bij "op waarneming gebaseerde redenering" baseert het kind zijn antwoord op verbanden of patronen die eerder plaats hebben gevonden. Bij de tweede denkniveau, "voorspelbare interpretaties", worden de mogelijke patronen wel herkend/ begrepen maar de bijbehorende onzekerheid niet en bestaat uit twee categorieën; "persoonlijke controle" wat inhoudt dat de manier waarop de "draaischijf" gedraaid wordt, bepalend is voor de uitkomst en "voorspelbare verwachtingen" waarbij het kind verwachtingen vormt op basis van de kleurenverdeling van de "draaischijf", maar kan de

onzekerheid van deze voorspellingen niet begrijpen. Bij het derde denkniveau, "volledig onvoorspelbare interpretaties", worden de mogelijke patronen niet herkend/ begrepen maar de onzekerheid wel en hierbij hoort de categorie "kansgenerator zonder verschillende kansen" waarbij het kind de "draaischijf" als een kansgenerator ziet, maar geen aandacht besteedt aan de invloed van de kleurenverhouding van de draaischijf op de uitkomst. Het vierde denkniveau, "willekeur" is het meest gevorderde denkniveau waarbij het kind de "draaischijf" als een willekeurige generator ziet waar hij/ zij geen invloed op heeft en ziet ook dat de verschillende kansen overeenkomen met de kleurenverhouding op de "draaischijf" ("willekeur"). Bij dit denkniveau worden zowel de mogelijke patronen als de onzekerheid herkend/ begrepen.

#### De "ballenbak"

Bij deze taak bestaan de denkniveaus van de kinderen uit andere categorieën dan bij de "draaischijf". Denkniveau één ("buiten de grenzen van het voorspelbare of onvoorspelbare") bestaat uit de categorieën "vereenvoudigde taak", "op waarneming gebaseerde redenering" en "identificeren van elke bal". Bij de "vereenvoudigde taak" kan het kind niets zeggen over de kleurenverhouding in de ballenbak, maar geeft eenvoudige antwoorden zoals het aantal ballen in totaal of de kleuren die uit de ballenbak worden gehaald. Het kind geeft antwoord die gebaseerd is op een algemene indruk van de uit de ballenbak gepakte kleuren bij de categorie "op waarneming gebaseerde redenering". De laatste categorie die bij het eerste denkniveau hoort is het "identificeren van elke bal" en houdt in dat het kind bij elke bal dat gepakt wordt, beslist of deze bal al eerder gezien is met behulp van algemene kenmerken van de bal. De tweede denkniveau ("voorspelbare interpretaties") gaat uit van de "wet van weinig aantallen" dat gesplitst wordt in de categorie "huidig aantal", wat betekent dat het kind de verhouding van de ballen in de ballenbak baseert op een klein aantal getrokken ballen, en "huidige volgorde", waarbij het kind de verhouding van de ballen in de ballenbak baseert op de kleurevolgorde van de ballen die getrokken zijn. Bij het derde denkniveau ("volledig onvoorspelbare interpretaties") hoort de categorie "onmogelijke taak" en deze categorie houdt in dat er geen enkele mogelijkheid is om de inhoud van de ballenbak te voorspellen. De categorie "steekproef" valt onder het vierde denkniveau ("willekeur") en houdt in dat het kind begrijpt hoe de ballenverhouding in de ballenbak is op basis van de kleurenverdeling van de getrokken ballen en dit is het meest gevorderde categorie bij deze taak.

De focus van deze studie ligt op de verandering/verbetering van strategiegebruik bij het oplossen van kansrekening gerelateerde taken bij basisschoolkinderen. Omdat deze verandering geregistreerd moet worden terwijl het plaats vindt, zal gebruik worden gemaakt van het microgenetisch design dat nu verder besproken zal worden.

## Microgenetisch onderzoek

In deze studie worden niet alleen de strategieën die kinderen gebruiken bij het oplossen van kansrekening gerelateerde taken aan het licht gebracht, maar er zal worden onderzocht of er verbetering optreedt binnen een bepaalde periode van tijd bij het gebruik van deze strategieën. Wanneer het proces van verandering vastgelegd moet worden, moet het onderzoek worden uitgevoerd wanneer de verandering plaatsvindt (Siegler & Crowley, 1991). Microgenetisch onderzoek is een geschikte methode om verandering vast te leggen. Het houdt in dat er herhaalde metingen worden afgenomen van dezelfde individuen over een bepaalde periode van tijd (Flynn, Pine & Lewis, 2006). Cross-sectionele en longitudinale onderzoeken zijn minder geschikte methodes om verandering vast te leggen. Dat komt doordat bij dit soort onderzoek opnames worden gemaakt van de ontwikkeling van het kind op een bepaald moment of doordat er tussenpozen aanwezig zijn tussen de één en drie jaar tussen de metingen (Siegler, 1995).

Drie belangrijke karakteristieken liggen ten grondslag aan microgenetisch onderzoek; observaties vinden plaats tijdens de periode van snelle verandering in de competentie die onderzocht wordt, de hoeveelheid observaties hangt samen met de hoeveelheid verandering en de observaties zijn onderworpen aan intensieve taakanalyse om erachter te komen welke proces voor verandering heeft gezorgd (Siegler & Crowley, 1991). Basisschoolleerlingen van groep drie, vijf en zeven nemen deel aan dit onderzoek en zij zullen gedurende vijf weken, één keer per week, door een testleider worden bezocht om de ontwikkeling van het begrip van kans vast te leggen.

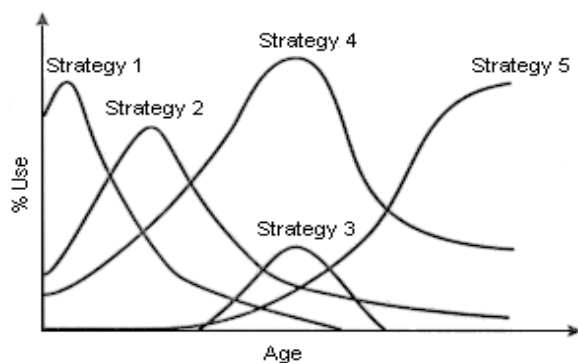
Oudere kinderen zouden een beter begrip van kans hebben dan jongere kinderen (Fischbein, 1975). Maar hoe verloopt deze ontwikkeling van het begrip van kans? In deze studie zal aandacht worden besteed aan het model van Siegler die ervan uitgaat dat deze ontwikkeling en andere ontwikkelingen op cognitief gebied op een graduele manier verlopen.

## Het overlappende golven model van Siegler (1996)

Waarom kiezen oudere kinderen voor andere denkstrategieën dan jongere kinderen? Is dit omdat jongere kinderen de denkstrategieën die oudere kinderen gebruiken niet beschikbaar hebben? Of hebben ze die wel beschikbaar maar gebruiken ze andere algoritmen voor het kiezen tussen deze denkstrategieën? Cognitieve strategieën zijn nodig om bijvoorbeeld kansrekening gerelateerde problemen te kunnen oplossen zoals het begrijpen en integreren van de bovengenoemde twee aspecten van het conceptuele raamwerk van Metz. Het model van Siegler (1996) zal in deze studie gebruikt worden om de verandering in categorieën die ondergebracht zijn in denkniveaus door Metz (1998) weer te kunnen geven. Siegler (1996) is het oneens met de gedachte dat de cognitieve ontwikkeling volgens vaste fases plaatsvindt die gerelateerd zijn aan de leeftijd. De cognitieve ontwikkeling van het kind verloopt volgens Siegler op een graduele manier en wordt continu gekenmerkt door een grote variabiliteit in strategiegebruik. Drie



assumpties liggen ten grondslag aan het overlappende golven model van Siegler. Ten eerste beschikt het kind over meerdere strategieën op elk moment van de ontwikkeling en deze strategieën kunnen allemaal gebruikt worden. Ten tweede zijn deze verschillende strategieën met elkaar in strijd gedurende lange tijd. Ten slotte leidt ervaring tot veranderingen in de relatieve frequentie waarmee de verschillende strategieën worden gebruikt en tot ontwikkeling van nieuwe strategieën die adaptief zijn. Het idee van dit model is dat het gebruik van sommige strategieën vermindert terwijl het gebruik van andere strategieën toeneemt in de ontwikkeling, zie figuur 2.



**Fig. 2** Het overlappende golvenmodel van Siegler

## Huidige studie

Het begrip van kansrekening bij basisschoolkinderen zal in deze studie onderzocht worden door de ontwikkeling in de strategieën die de kinderen gebruiken bij het oplossen van kansrekening gerelateerde taken in kaart te brengen. In de literatuur zijn veel verschillen te vinden wat betreft de leeftijd waarop kinderen begrip zouden hebben van kans en daarom is gekozen om drie cohorten kinderen in de leeftijd tussen de zes en elf jaar (groep 3, 5 en 7) deel te laten nemen aan dit onderzoek. Met behulp van microgenetisch design zal deze ontwikkeling in strategiegebruik gemeten worden door vijf weken lang, één keer per week, de taken bij de kinderen af te nemen. Aan de drie eerder genoemde karakteristieken van microgenetisch onderzoek is voldaan.

Uitgaande van het overlappende golven model van Siegler wordt verwacht dat er verbetering zal optreden in strategiegebruik (denkniveau) van kinderen in groep drie, vijf en zeven in de vijf weken van onderzoek doordat de taken herhaaldelijk bij de kinderen worden afgenomen. Ook wordt verwacht dat hoe ouder het kind is, hoe geavanceerder het strategiegebruik en hoe hoger het denkniveau.

De theoretische doelstelling van deze masterthesis is het begrip van kansrekening bij basisschoolkinderen in kaart te brengen. In Nederland behoort kansrekening niet tot de kerndoelen van het reken/wiskundeonderwijs van reguliere basisscholen (ministerie van het onderwijs, 2008). De praktische doelstelling van deze masterthesis is een bijdrage leveren aan de

mogelijke invoering van kansrekening in het rekenonderwijs van reguliere basisscholen. Mogelijk zullen jonge kinderen profijt hebben van deze opname van kansrekening in het regulier onderwijs.

## Methode

### Participanten

In totaal hebben 77 basisschoolleerlingen uit groep drie, vijf en zeven deelgenomen aan dit onderzoek (zie tabel 1 voor de demografische gegevens).

**Tabel 1** Demografische gegevens groep drie, vijf en zeven.

Groepen	Aantal			Leeftijd	
	<i>Jongens</i>	<i>Meisjes</i>	<i>Totaal</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>
<i>Drie</i>	12	13	25	7.13	0.36
<i>Vijf</i>	13	13	26	8.95	0.38
<i>Zeven</i>	13	13	26	11.24	0.55
<i>Totaal (N)</i>	38	39	77	9.13	0.76

### Werving participanten

Voor het werven van de participanten zijn ongeveer 50 basisscholen door vier Psychologiestudenten benaderd voor deelname aan dit onderzoek (zie bijlage 1). Uiteindelijk besloten vier basisscholen deel te nemen aan dit onderzoek (een katholiek- christelijke basisschool in Apeldoorn, een protestants-christelijke basisschool in Ermelo, een openbare basisschool in Hoogvliet-Rotterdam en een openbare basisschool in Tilburg). Om een representatieve afspiegeling te krijgen van het strategiegebruik bij het oplossen van kansrekening gerelateerde taken bij jonge kinderen is gekozen voor groep drie, vijf en zeven. Daarnaast kan het strategiegebruik van deze drie groepen basisschoolleerlingen worden vergeleken. Ook is gekozen voor deze drie groepen omdat er uit de literatuur weinig eenduidigheid bestaat over de leeftijd waarop jonge kinderen iets beginnen te begrijpen van kans (Acredolo et al. 1989). Vier testleiders hebben gedurende vijf weken de taken bij de kinderen afgenomen op de eerder genoemde vier basisscholen. Voordat het onderzoek van start ging, is een toestemmingsformulier ondertekend door de ouders/verzorgers van de kinderen (zie bijlage 2). Dit was nodig om het

desbetreffende kind deel te laten nemen aan dit onderzoek. De leerkrachten hebben de leerlingen middels een aselechte steekproef gekozen.

## Onderzoeksdesign

In dit onderzoek is gebruik gemaakt van microgenetisch design. Vijf weken lang werd verandering gemeten in het gebruik van strategieën bij het oplossen van kansrekening gerelateerde problemen bij basisschoolleerlingen uit groep drie, vijf en zeven.

## Procedure

Het afnemen van de taken is begonnen nadat de kinderen door de leerkrachten aselekt gekozen waren. De kinderen zijn door de testleider één keer per week getest voor een periode van vijf weken. Twee vaste ochtenden zijn in overleg met de basisschool gekozen om de kinderen van groep drie, vijf en zeven te testen. Het testen vond voornamelijk in de ochtend plaats omdat de kinderen dan scherper en geconcentreerder zijn dan op een latere tijdstip. De testafnames vonden plaats tussen eind maart 2012 en eind mei 2012.

De taken zijn op de basisscholen van de kinderen afgenomen. Dit omdat de kinderen zich in hun vertrouwde omgeving bevonden en zo de concentratie gehandhaafd kon blijven. De kinderen zijn zoveel mogelijk in een aparte ruimte met een zo min mogelijk afleiding getest. Alle kinderen zijn individueel getest en het afnemen van de taken heeft tussen de tien en de vijftien minuten, per kind per afname, in beslag genomen. Alle kinderen zijn vijf keer getest, verdeeld in vijf weken. De volgorde van de geteste kinderen is zoveel mogelijk gelijk gehouden.

Bij elke afname werd het kind uit de klas gehaald door de testleider en meegenomen naar de ruimte waar de afname van de taken plaats vond. De verschillende taken zijn in de vorm van spelletjes aan het kind geboden. Zo werd de interesse van het kind gewekt en vastgehouden. Alle afnames zijn opgenomen zodat ze terug beluisterd konden worden. Ook zijn er notities gemaakt tijdens de afnames. Alle opnames zijn volledig uitgetypt zodat de gebruikte strategieën door de kinderen zo adequaat mogelijk gescoord konden worden.

## Meetinstrumenten

Bij dit onderzoek zijn twee meetinstrumenten gebruikt; de kleurendraaischijf en de ballenbak.

### De kleurendraaischijf

De kleurendraaischijf is de eerste taak die afgenomen werd tijdens het onderzoek. Deze taak is in de vorm van een spel gepresenteerd aan het kind en werd gespeeld tussen het kind en de testleider. De gebruikte materialen bij deze taak zijn; draaischijven, fiches en een op papier afgedrukte afbeelding met twee ladders eronder (1 voor het kind en 1 voor de testleider) die onderverdeeld zijn in acht stapjes om te kunnen klimmen naar de "finish". Elke week werden andere kleuren draaischijven en fiches gebruikt om het spel afwisselend te maken en de kinderen

gemotiveerd te houden. Ook is er elke week een andere afbeelding met de twee ladders gebruikt zodat het spel leuk bleef. Twee verschillende draaischijven komen aan bod in dit onderzoek.

### Draaischijf 1

Draaischijf één bestaat uit twee kleuren ("tweekleurendraaischijf"). Aan het kind werden twee "tweekleurendraaischijven" voorgelegd waarvan de eerste uit gelijke vlakken kleuren bestaat, bijvoorbeeld uit 50% rood en 50% blauw en de tweede uit 75% rood en 25% blauw. Voordat het kind deze tweekleurendraaischijven voorgelegd kreeg, werd een fichekleur aan hem/haar gegeven om mee te kunnen spelen. In het vorige voorbeeld zou het kind een fiche krijgen met de kleur rood en de testleider zou de kleur blauw krijgen; het kind krijgt dus altijd de fiche met de kleur die het meeste (of gelijk) voorkomt. De fiches werden door de testleiders toebedeeld maar de draaischijf werd door het kind gekozen. Om de beurt mocht gedraaid worden en de pijl wees aan welke kleur een stapje vooruit mocht zetten. Wanneer iemand acht stappen gezet gehad, had hij/zij gewonnen. Zie afbeelding 1 voor een voorbeeld van de "tweekleurendraaischijf". Voor, tijdens en na het spel zijn aan het kind vragen gesteld die betrekking hebben op het begrip van kans. Voordat het spel van start ging, werden twee vragen aan het kind gesteld. Een voorbeeld hiervan is: "met welke draaischijf wil je spelen? En waarom?". Tijdens het spel zijn drie vragen aan het kind gesteld, bijvoorbeeld: "heeft één van ons meer kans om te winnen? Waarom wel/niet?". Ook na het spel zijn drie vragen aan het kind voorgelegd, bijvoorbeeld: "kan ik winnen met deze draaischijf of denk je dat dat onmogelijk is?". Voor een overzicht van deze vragen, zie bijlage 3.

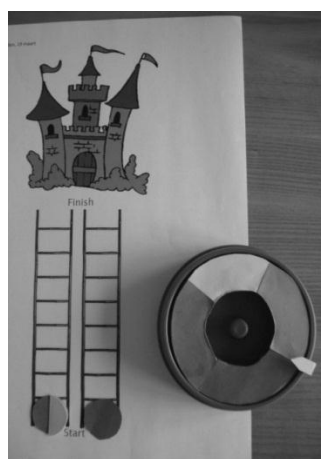
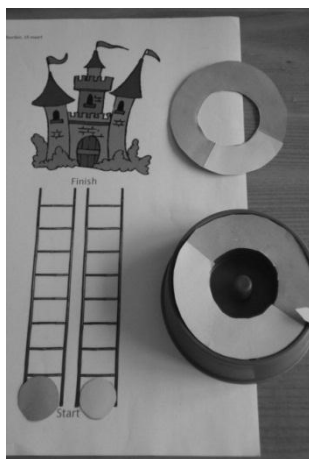
### Draaischijf 2

Draaischijf twee bestaat uit vier verschillende kleuren ("meerkleurendraaischijf"), bijvoorbeeld uit: rood, groen, geel en roze. Alle vlakken van deze kleuren zijn wat betreft de verdeling gelijk. Ook hier zijn twee fiches waarmee gespeeld kon worden; een fiche met de twee kleuren rood en groen en een fiche met de kleur geel. Eén van de vier kleuren op de draaischijf, in dit voorbeeld de roze kleur, komt niet voor op de fiches. Bij deze draaischijf kon het kind zelf kiezen met welke fiche hij/zij wilde spelen. Vanaf dit punt gaat het spel verder zoals bij draaischijf één is beschreven. Zie afbeelding 2 voor een voorbeeld van de "meerkleurendraaischijf".

### De ballenbak

De ballenbak is de tweede taak die afgenomen werd tijdens het onderzoek. De materialen die bij deze taak gebruikt werden, zijn een transparante bak, twintig plastic ballen van twee kleuren en een doek om over de bak heen te doen. Aan het kind werd verteld dat er bijvoorbeeld zowel gele als groene ballen in de bak zitten en dat hij/zij vervolgens moest voorspellen of er meer gele, meer groene of evenveel van beide kleuren in de bak zaten. Daarbij mocht het kind niet het doek

erf halen of tegelijkertijd meerdere ballen uit de bak halen. Het is de bedoeling dat het kind in de doos grabbelt om steeds een bal te pakken en die vervolgens teruglegt in de bak totdat het kind ervan zeker is dat er meer ballen zijn van de ene kleur of evenveel ballen zijn van beide kleuren. Per week kon de samenstelling van de twee kleuren wisselen; tien ballen van elke kleur of vijftien ballen van de ene kleur en vijf ballen van de andere kleur. Ook de kleuren van de ballen wisselden elke keer zodat de taak gevarieerd bleef (zie afbeelding 3 voor de ballenbak). Ook bij deze taak werden vragen voor (“Hoe kan je erachter komen of er meer van één kleur in de ballenbak zit of van beide kleuren evenveel?”), tijdens (“denk je dat het een verschil zou maken als je nog langer door ging met ballen eruit pakken?”) en na het spel (“waarom dacht je dat er meer gele ballen waren terwijl er eigenlijk evenveel gele en groene ballen waren?”) gesteld aan het kind om het begrip van kans te kunnen meten. Voor een overzicht van deze vragen, zie bijlage 3.



Afbeelding 1 “Tweekleurendraaischijf” Afbeelding 2 “Meerkleurendraaischijf” Afbeelding 3. “Ballenbak”

## Scoring

Alle antwoorden behorende bij de twee taken zijn uitgetypt en daarna gescoord. Bij het scoren van de antwoorden is gebruik gemaakt van het conceptuele raamwerk van Metz (1998) dat in de inleiding is besproken. Er zijn vier denkniveaus en binnen deze denkniveaus bestaan meerdere categorieën. In de inleiding zijn deze categorieën ook gedefinieerd. Nu wordt een overzicht gegeven van de denkniveaus en de bijbehorende categorieën en zullen er antwoordvoorbeelden van de kinderen erbij toegevoegd worden.

### Taak 1: de “kleurendraaischijf”

Denkniveau 1, “buiten de grenzen van het voorspelbare of onvoorspelbare”, bestaat uit:

#### 1. Het verwerpen van waarschijnlijkheid

Voorbeeld: “het maakt mij niet uit met welke draaischijf ik speel, u mag kiezen met welke u wilt spelen”

## 2. Persoonlijke voorkeur

Voorbeeld: "ik kies voor de rode fiche omdat rood mijn lievelingskleur is"

## 3. Op waarneming gebaseerde redenering

Voorbeeld: "ik denk dat u op vakje drie van de ladder eindigt omdat u de vorige keer daar ook was"

Denkniveau 2, "voorspelbare interpretaties", bestaat uit:

## 4. Persoonlijke controle

Voorbeeld: "hoe harder ik draai, hoe meer kans ik heb om te winnen"

## 5. Voorspelbare verwachtingen

Voorbeeld: "ik wil de fiche met twee kleuren. Dan win ik toch al"

Denkniveau 3, "volledig onvoorspelbare interpretaties", bestaat uit:

## 6. Kansgenerator zonder verschillende kansen

Voorbeeld: "u had geluk dit keer"

Denkniveau 4, "willekeurige interpretaties", bestaat uit:

## 7. Willekeur

Voorbeeld: "u heeft één kleur en ik twee kleuren, daarom heb ik meer kans om te winnen"

Kan ik nog wel winnen? "Ja, maar u heeft weinig kans"

## Taak 2: de "ballenbak"

Denkniveau 1, "buiten de grenzen van het voorspelbare of onvoorspelbare", bestaat uit:

## 1. Vereenvoudigde taak

Voorbeeld: "ik denk dat alle ballen blauw en roze zijn"

## 2. Op waarneming gebaseerde redenering

Voorbeeld: "ik denk dat er meer blauw is en een beetje roze, omdat ik steeds de blauwe pak"

## 3. Identificeren van elke bal

Voorbeeld: "nee, deze bal heb ik nog niet gezien, dus die tel op bij de vorige ballen"

Denkniveau 2, "voorspelbare interpretaties", bestaat uit:

## 4. Wet van weinig aantallen; huidig aantal

Voorbeeld: "er is meer groen, ik weet het zeker" (na vier keer een bal uit de bak pakken)

## 5. Wet van weinig aantallen; huidige volgorde

Voorbeeld: "even veel. Gewoon omdat ik eerst een groene pakte en daarna nog één en daarna twee roze"

Denkniveau 3, "volledig onvoorspelbare interpretaties", bestaat uit:

## 6. Onmogelijke taak

Voorbeeld: "ik kan niet weten of er meer is van de gele kleur of van de roze want ik mag niet in de bak kijken"

Denkniveau 4, “willekeurige interpretaties”, bestaat uit:

#### 7. Steekproef

Voorbeeld: “ik heb acht roze en twee gele gepakt, dus ik denk dat er meer roze ballen zijn”

Niet alle vragen die voor, tijdens en na de taken zijn gesteld, zijn gescoord. Dit heeft ermee te maken dat niet alle vragen even representatief waren voor de taken. Zie bijlage 3 voor de scoreformulieren met daarin aangegeven welke vragen gescoord zijn. Elke vraag dat gescoord moest worden, kreeg de categorie (strategie) één, twee, drie, vier, vijf, zes of zeven uit het Model van Metz. Vragen die in de categorie één tot en met drie zijn gescoord, vielen onder denkniveau 1. Vragen die in de categorieën vier en vijf gescoord zijn, vielen onder denkniveau 2. Onder denkniveau 3 viel categorie zes en onder denkniveau 4 viel categorie zeven.

## Resultaten

Voor het toetsen van de hypothesen zijn lijngrafieken gemaakt voor de “tweekleurendraaischijf”, “meerkleurendraaischijf” en de “ballenbak” waarin de ontwikkeling te zien is van het denkniveau van de kinderen van week één tot en met week vijf. Met deze lijngrafieken kunnen geen individuele ontwikkelingen in kaart worden gebracht en daarom wordt alleen naar de groepsontwikkelingen gekeken.

### Hypothese 1

De hypothese dat er verbetering zal optreden in strategiegebruik (denkniveau) van kinderen in groep drie, vijf en zeven in de vijf weken van onderzoek is middels twee methodes getoetst. Dit is gedaan omdat het lastig is categoriale data te analyseren. Indien er gekozen was om de gemiddelde ( $M$ ) weer te geven van elk kind bij elke taak dan zou dit een vertekend beeld geven. Wanneer een kind bijvoorbeeld bij de “tweekleurendraaischijf” vier keer denkniveau 2 gebruikte en vier keer denkniveau 4 dan zou het kind gemiddeld in denkniveau 3 zitten terwijl dat kind niet één keer denkniveau 3 heeft gebruikt.

Bij de eerste methode zijn de frequenties berekend van de vier denkniveaus voor elke groep en elke taak voor de vijf weken van onderzoek. Vervolgens zijn deze frequenties omgezet in percentages die aangeven hoe vaak de 4 denkniveaus voorkomen bij de drie groepen voor de verschillende taken. Lijngrafieken zijn gebruikt om dit overzichtelijk weer te geven.

Bij de tweede methode is de modus (het meest voorkomende denkniveau) uitgerekend voor elk kind per taak voor de vijf weken van onderzoek. Vervolgens zijn de frequenties berekend van de vier denkniveaus per groep per taak. Ook bij deze methode zijn lijngrafieken gebruikt om dit overzichtelijk weer te geven. Deze methode is alleen bij de “tweekleurendraaischijf” en de

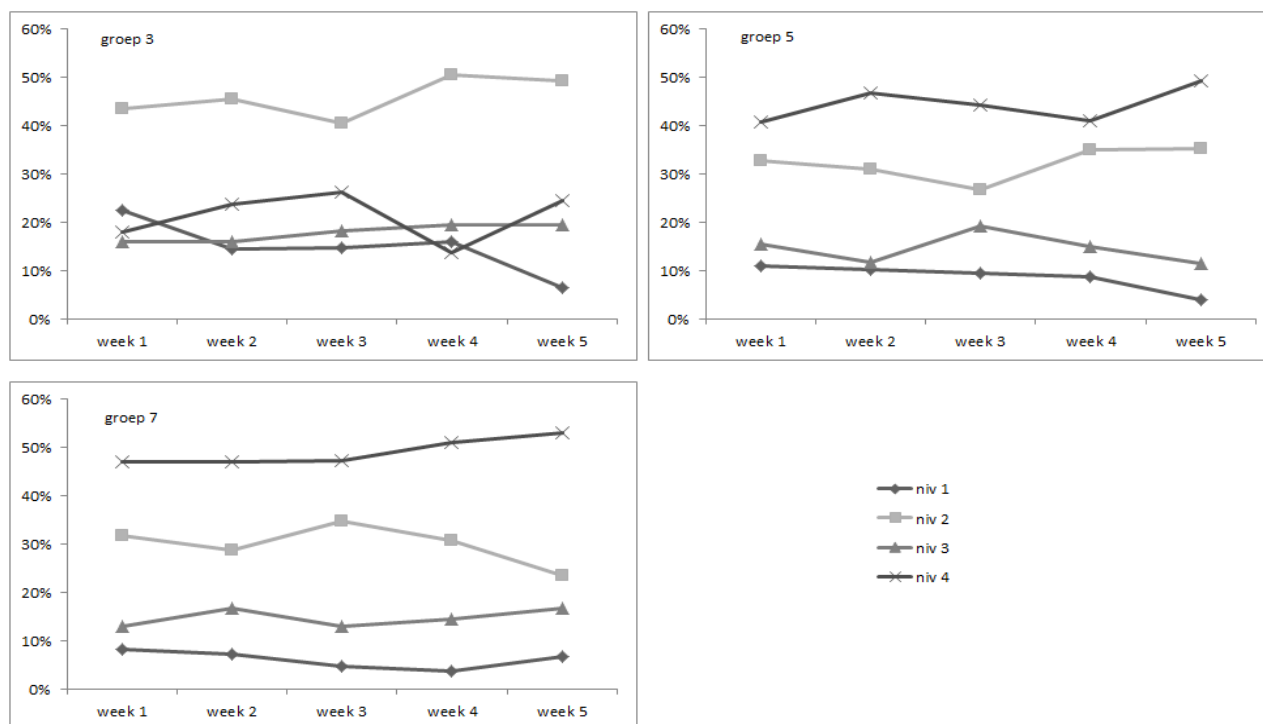
“meerkleurendraaischijf” toegepast. Voor de “ballenbak” kon de modus niet worden uitgerekend omdat er maar twee vragen bij deze taak zijn gescoord.

Voor het analyseren van de resultaten van de “tweekleurendraaischijf” en de “meerkleurendraaischijf” is een loglineaire regressie-analyse uitgevoerd. Er is gebruik gemaakt van deze analyse omdat er sprake is van categorische variabelen. Met deze analyse wordt getracht een voorspelling te doen van de mogelijke vooruitgang tussen week 1 en week 5 bij deze taken. De voorspellende categorische variabelen zijn beperkt en daarom is gekozen voor de “custom” methode binnen deze loglineaire regressie-analyse met behulp van het statistische softwareprogramma SPSS.

### Methode 1

#### De “tweekleurendraaischijf”

Groep drie laat een daling zien in denkniveau 1 van 24% naar 13% terwijl denkniveau 4 stijgt van 14% naar 24%. Denkniveau 2 en 3 blijven ongeveer gelijk en daarom zijn deze verschillen te verwaarlozen (zie figuur 3). Ook bij groep vijf is denkniveau 1 gedaald (van 24% naar 7%) en denkniveau 4 gestegen (van 18% naar 38%). Denkniveau 2 is bij deze groep ongeveer gelijk gebleven en denkniveau 3 is gedaald van 26% naar 16% (zie figuur 3). Bij groep zeven is een stijging te zien bij denkniveau 4 van 34% naar 59%. Wat verder opvalt is dat niveau 1 van week 1 tot week 5 bijna niet voorkomt. In denkniveau 2 is een daling te zien van 34% naar 21%. Het verschil tussen week 1 en 5 bij denkniveau 3 is bijna nihil (zie figuur 3).

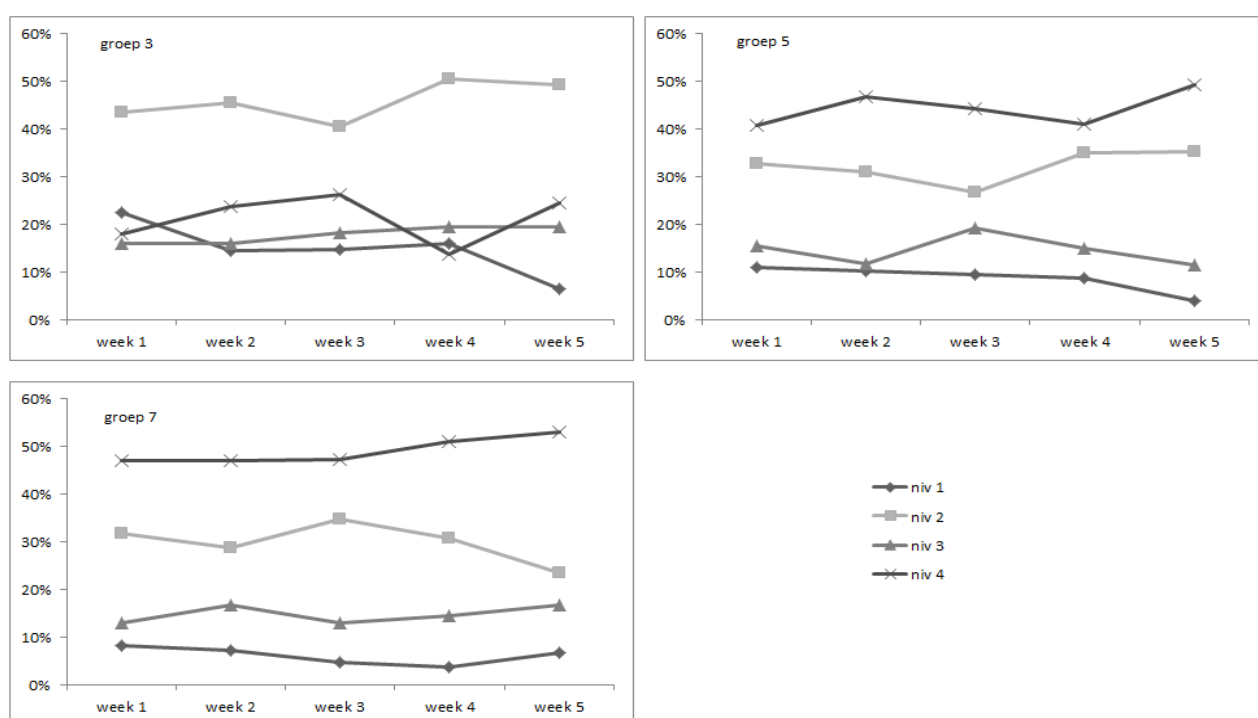


**Fig.3** De “tweekleurendraaischijf”: de percentages kinderen en de denkniveaus waarin zij zich bevinden van week 1 tot en met week 5.



## De "Meerkleurendraaischijf"

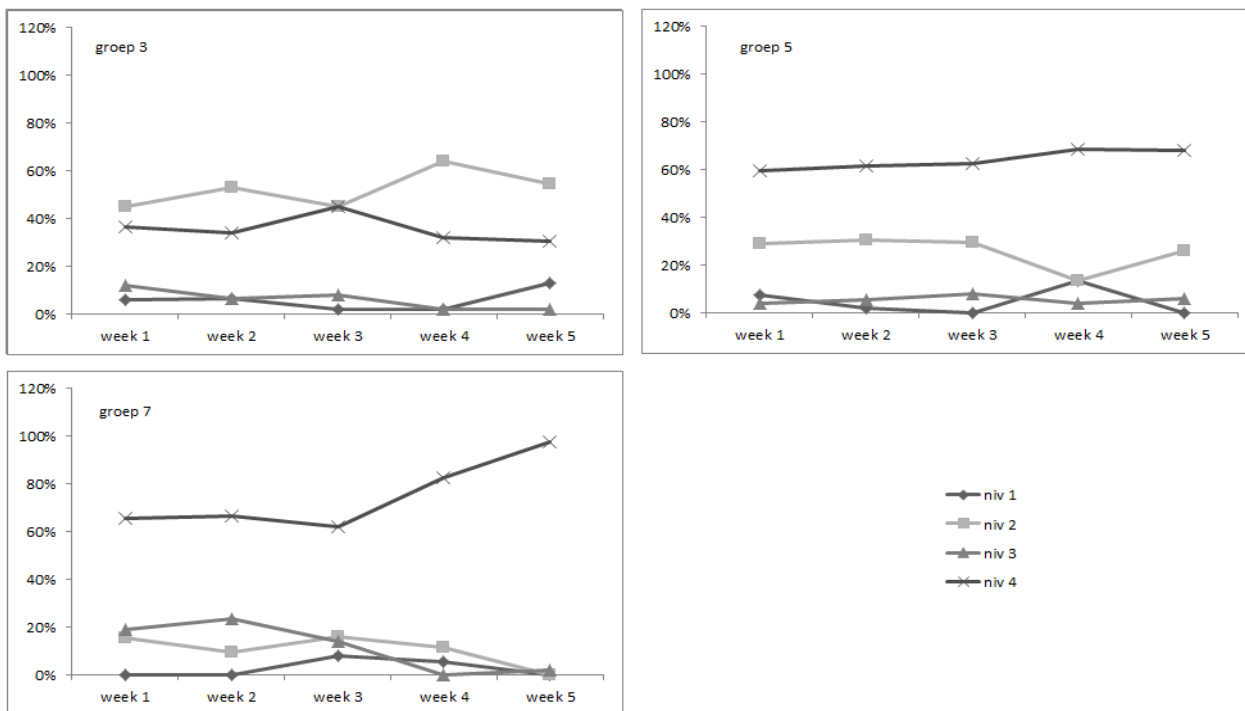
Bij groep drie is te zien dat er een daling plaatsvindt in denkniveau 1; in week 1 bevond zich 23% van de kinderen in denkniveau 1 terwijl dat in week vijf 7% was. Denkniveau 2 en 3 blijven ongeveer gelijk en denkniveau 4 laat een lichte stijging zien van 18% naar 25% (zie figuur 4). Bij groep vijf is ook een daling te zien in denkniveau 1. In week 1 bevond zich 11% van de kinderen in denkniveau 1 terwijl dat percentage maar 4% was in week 5. Denkniveau 2 en 3 zijn ongeveer gelijk gebleven tussen de afnames. Bij denkniveau 4 was een stijging zichtbaar van 41% naar 49% (zie figuur 4). Denkniveau 1, 2 en 3 bij groep zeven blijven ongeveer gelijk van week 1 naar week 5. Alleen bij denkniveau 4 is een lichte stijging te rapporteren; van 47% naar 53% (zie figuur 4).



**Fig.4** De "meerkleurendraaischijf": de percentages kinderen en de denkniveaus waarin zij zich bevinden van week 1 tot en met week 5.

## De "ballenbak"

Denkniveau 1 stijgt van 6% naar 13% bij groep drie. Ook bij denkniveau 2 is een stijging te rapporteren van 45% naar 54%. Denkniveau 3 daalt van 12% naar 2% en ook bij niveau 4 is een daling te zien van 37% naar 30% (zie figuur 5). Bij groep vijf is een daling waarneembaar bij denkniveau 1 van 8% naar 0%. De denkniveaus 2 en 3 blijven ongeveer gelijk terwijl denkniveau 4 een stijging laat zien van 60% naar 68% (zie figuur 5). Bij groep zeven is een grote stijging te zien bij denkniveau 4 van 65% naar 98%. Dit terwijl denkniveau 1 bijna nooit voorkomt bij deze groep. De tweede en derde denkniveau dalen respectievelijk van 15% naar 0% en van 19% naar 2% (zie figuur 5).

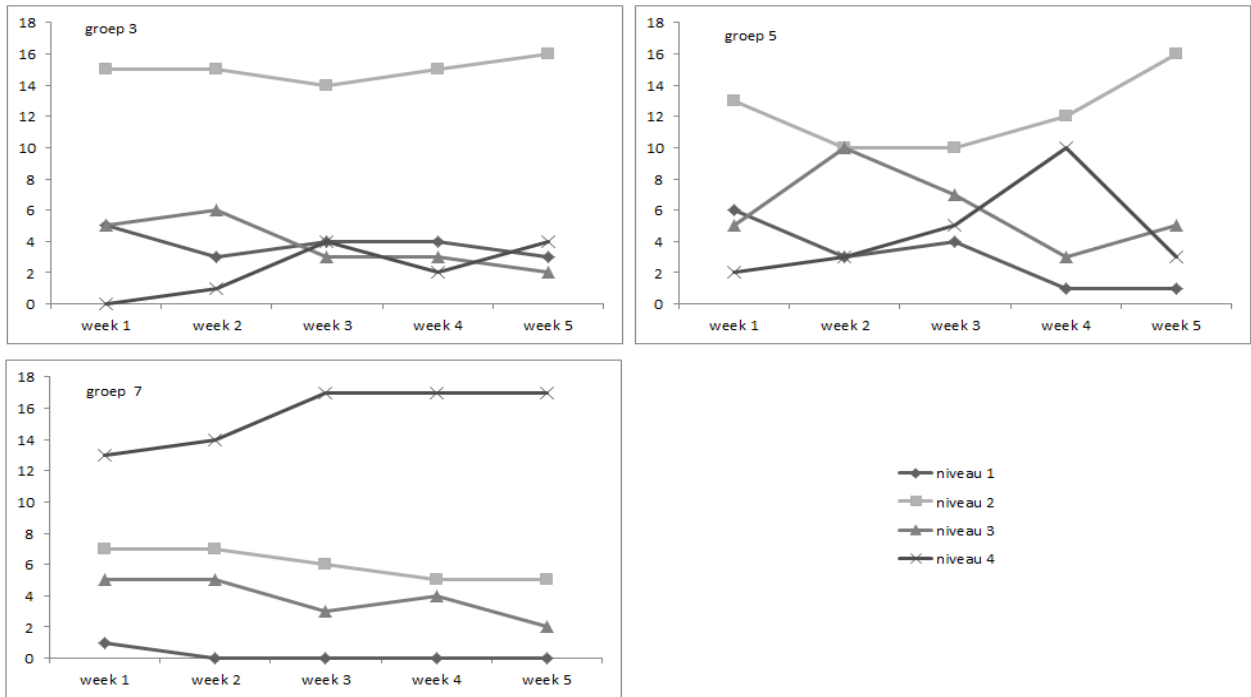


**Fig.5** De “ballenbak”: de percentages kinderen en de denkniveaus waarin zij zich bevinden van week 1 tot en met week 5.

## Methode 2

### De “tweekleurendraaischijf”

In de eerste week van onderzoek bevonden zich 5 kinderen van groep drie in denkniveau 1 en dat aantal daalde naar 3 in de vijfde week. Denkniveau 2 is ongeveer gelijk gebleven van week 1 naar week 5 bij deze groep. Bij het derde denkniveau is een daling waar te nemen van 5 naar 2 kinderen en bij het vierde denkniveau is een stijging waar te nemen van 0 naar 4 kinderen (zie figuur 6). Bij groep vijf daalt het gebruik van denkniveau 1 van de eerste naar de vijfde week van 6 kinderen naar 1 kind. In denkniveau 2 bevonden zich 13 kinderen van groep 5 in de eerste week en vervolgens is dit aantal in de tweede en derde week gedaald naar 10 en in de laatste week weer toegenomen naar 16. Het aantal kinderen dat zich in denkniveau 3 bevond in de eerste en vijfde week is 5, maar in de tweede week was dit aantal gestegen naar 10 waarna het geleidelijk is afgenomen. Het gebruik van denkniveau 4 is bij deze groep de eerste 4 weken geleidelijk toegenomen van 2 naar 3 naar 5 naar 10 kinderen waarna het plotseling is gedaald naar 3 kinderen in de vijfde week (zie figuur 6). Bij groep zeven bevond zich in de eerste week één kind in denkniveau 1 maar bij de overige weken is dit aantal gedaald naar 0. Het tweede denkniveau is geleidelijk afgenomen van 7 naar 5. Ook het gebruik van denkniveau 3 is gedaald tussen de eerste en de vijfde week van 5 naar 2. Het gebruik van denkniveau 4 is van week één naar week vijf gestegen van 13 naar 17 (zie figuur 6).



**Fig.6** De “tweekleurendraaischijf”: het aantal kinderen en de denkniveaus waarin zij zich bevinden van week 1 tot en met week 5 op basis van de modus.

Om een overzicht te krijgen van het aantal kinderen dat vooruit is gegaan, gelijk is gebleven of achteruit is gegaan wat betreft het denkniveau bij de “tweekleurendraaischijf” zijn tabellen gemaakt voor de drie groepen. Bij groep drie zijn 8 kinderen vooruit gegaan wat betreft het denkniveau, 11 kinderen gelijk gebleven en 6 kinderen achteruit gegaan (zie tabel 2). Bij groep vijf zijn er 10 kinderen die vooruit zijn gegaan, 14 kinderen gelijk gebleven en 2 kinderen achteruit gegaan wat betreft het denkniveau (zie tabel 3). Bij groep zeven zijn er 5 kinderen vooruit gegaan wat betreft het denkniveau, 18 kinderen gelijk gebleven en 1 kind achteruit gegaan (zie tabel 4).

**Tabel 2** De “tweekleurendraaischijf”: het aantal kinderen in groep 3 dat vooruit is gegaan, gelijk is gebleven en achteruit is gegaan wat betreft het denkniveau.

Week 5	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4
<b>Week 1</b>				
Niveau 1	1	2	1	1
Niveau 2	2	10	1	2
Niveau 3	0	4	0	1
Niveau 4	0	0	0	0

**Tabel 3** De “tweekleurendraaischijf”: het aantal kinderen in groep 5 dat vooruit is gegaan, gelijk is gebleven en achteruit is gegaan wat betreft het denkniveau.

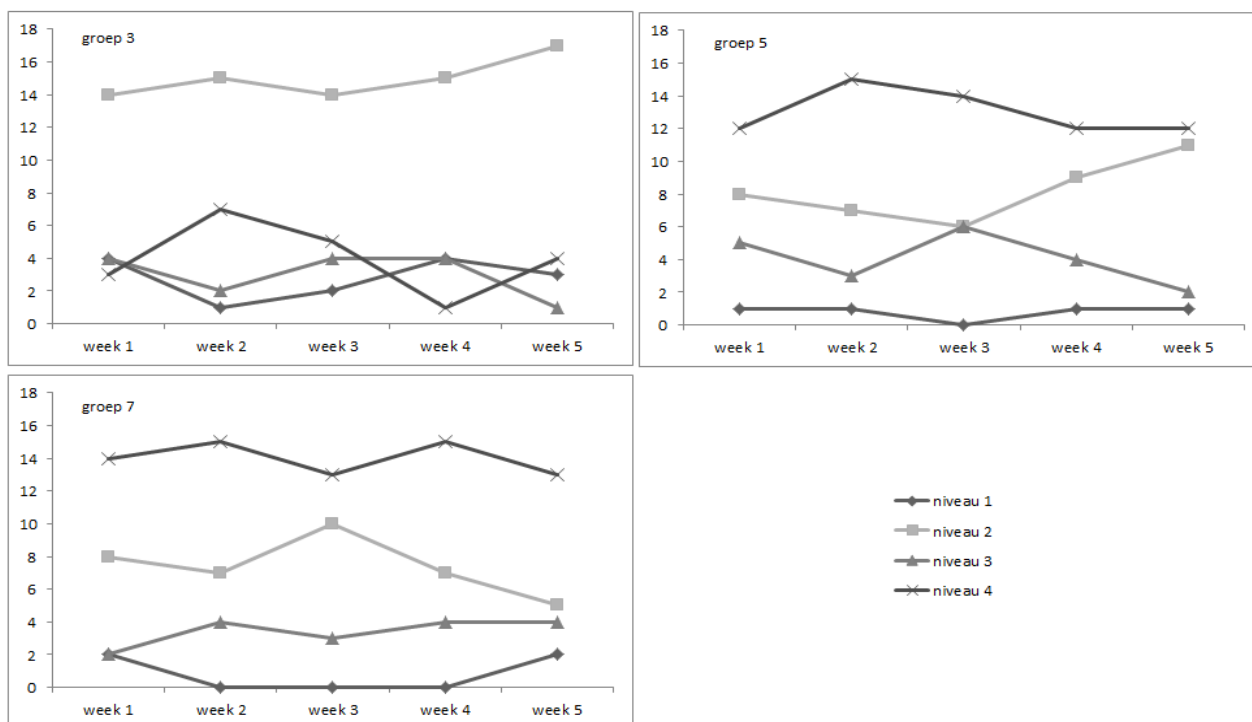
Week 5	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4
<b>Week 1</b>				
Niveau 1	1	4	1	0
Niveau 2	0	10	2	1
Niveau 3	0	1	2	1
Niveau 4	0	1	0	1

**Tabel 4** De “tweekleurendraaischijf”: het aantal kinderen in groep 7 dat vooruit is gegaan, gelijk is gebleven en achteruit is gegaan wat betreft het denkniveau.

Week 5	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4
<b>Week 1</b>				
Niveau 1	0	0	0	1
Niveau 2	0	4	0	2
Niveau 3	0	1	2	2
Niveau 4	0	0	0	12

#### De “Meerkleurendraaischijf”

In de eerste week bevonden zich 4 kinderen in denkniveau 1 van groep 3 waarna dit aantal in de tweede en derde week is gedaald en weer is gestegen naar 3 in de laatste week. Het aantal kinderen dat zich in de tweede denkniveau bevond, schommelde in de eerste vier weken tussen de 14 en 15 kinderen waarna dit in de laatste week is toegenomen naar 17. Het derde denkniveau werd in de eerste week door 4 kinderen toegepast waarna het in de laatste week is gedaald naar 1 kind dat dit denkniveau toepaste. Het vierde denkniveau is in de eerste week door 3 kinderen gebruikt waarna het in de tweede en derde week was gestegen maar in de vijfde week weer daalde naar 4 kinderen (zie figuur 7). Maar één kind van groep vijf bevond zich in denkniveau 1 in de eerste week van onderzoek en dit aantal is gelijk gebleven in week vijf. Bij het gebruik van de tweede denkniveau is een geleidelijke stijging te zien van 8 naar 11 kinderen. In het derde denkniveau bevonden zich in de eerste week 5 kinderen waarna dit aantal is gaan schommelen in de tussenliggende weken en bij de vijfde week is het gedaald naar 2. Het aantal kinderen dat zich in denkniveau 4 bevond in de eerste en vijfde week is 12 maar dit aantal was in week twee en drie gestegen naar 15 en 14 (zie figuur 7). Bij groep 7 gebruikten 2 kinderen denkniveau 1 in de eerste en laatste week maar dit aantal was in de tussenliggende weken gedaald naar 0. Het aantal kinderen dat denkniveau 2 toepaste in de eerste week was 8 waarna dit aantal in week 5 is gedaald naar 5 kinderen. Het gebruik van het derde denkniveau is gestegen van 2 (week 1) naar 4 kinderen (week 5). Het toepassen van het vierde denkniveau is ongeveer gelijk gebleven tussen week 1 (14 kinderen) en week 5 (13 kinderen) (zie figuur 7).



**Fig.7** De “meerkleurendraaischijf”: het aantal kinderen en de denkniveaus waarin zij zich bevinden van week 1 tot en met week 5 op basis van de modus.

Om een overzicht te krijgen van het aantal kinderen dat vooruit is gegaan, gelijk is gebleven of achteruit is gegaan wat betreft het denkniveau bij de “meerkleurendraaischijf” zijn tabellen gemaakt voor de drie groepen. In tabel 5 is te zien dat er 4 kinderen van groep 3 vooruit zijn gegaan, 15 gelijk gebleven en 6 kinderen achteruit gegaan. Bij groep vijf is te zien in tabel 6 dat er 6 kinderen vooruit zijn gegaan, 12 kinderen gelijk gebleven en 7 kinderen achteruit gegaan. Van groep zeven zijn er 6 kinderen vooruit gegaan, 13 kinderen gelijk gebleven en 5 kinderen achteruit gegaan (zie tabel 7).

**Tabel 5** De “meerkleurendraaischijf”: het aantal kinderen in groep 3 dat vooruit is gegaan, gelijk is gebleven en achteruit is gegaan wat betreft het denkniveau.

Week 5	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4
<b>Week 1</b>				
Niveau 1	2	1	1	0
Niveau 2	1	11	0	2
Niveau 3	0	4	0	0
Niveau 4	0	1	0	2

**Tabel 6** De “meerkleurendraaischijf”: het aantal kinderen in groep 5 dat vooruit is gegaan, gelijk is gebleven en achteruit is gegaan wat betreft het denkniveau.

Week 5	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4
<b>Week 1</b>				
Niveau 1	0	1	0	0
Niveau 2	0	4	1	3
Niveau 3	0	4	0	1
Niveau 4	0	2	1	8

**Tabel 7** De “meerkleurendraaischijf”: het aantal kinderen in groep 7 dat vooruit is gegaan, gelijk is gebleven en achteruit is gegaan wat betreft het denkniveau.

Week 5	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4
<b>Week 1</b>				
Niveau 1	1	0	0	1
Niveau 2	0	3	0	5
Niveau 3	0	0	2	0
Niveau 4	1	2	2	7

De “ballenbak”

Bij deze taak zijn maar twee vragen gescoord voor het bepalen van het denkniveau en daarom kan de modus bij deze taak niet worden berekend.

### Conclusie hypothese 1

De “tweekleurendraaischijf”

Voor alle groepen (drie, vijf en zeven) wordt deze hypothese aangenomen omdat er in tabellen 2, 3 en 4 te zien is dat er meer kinderen vooruit zijn gegaan wat betreft het denkniveau dan dat er achteruit zijn gegaan bij de “tweekleurendraaischijf”. Wanneer dit met een loglineaire regressie-analyse wordt getoetst, blijkt dat er een significant verschil is tussen week 1 en week 5 ( $p = .02$ ).

De “meerkleurendraaischijf”

Voor alle groepen (drie, vijf en zeven) wordt deze hypothese verworpen omdat er meer kinderen achteruit zijn gegaan wat betreft het denkniveau dan dat er vooruit zijn gegaan bij de “meerkleurendraaischijf” (zie tabellen 5, 6 en 7). Analyse middels een loglineaire regressie laat zien dat er geen significante verbetering in denkniveaus is tussen week 1 en week 5 want  $p = .73$ .

De “ballenbak”

Deze hypothese wordt voor groep drie verworpen omdat het gebruik van het hoogste denkniveau (denkniveau 4) daalt van 37% naar 30% van week 1 naar week 5. Het gebruik van het minst

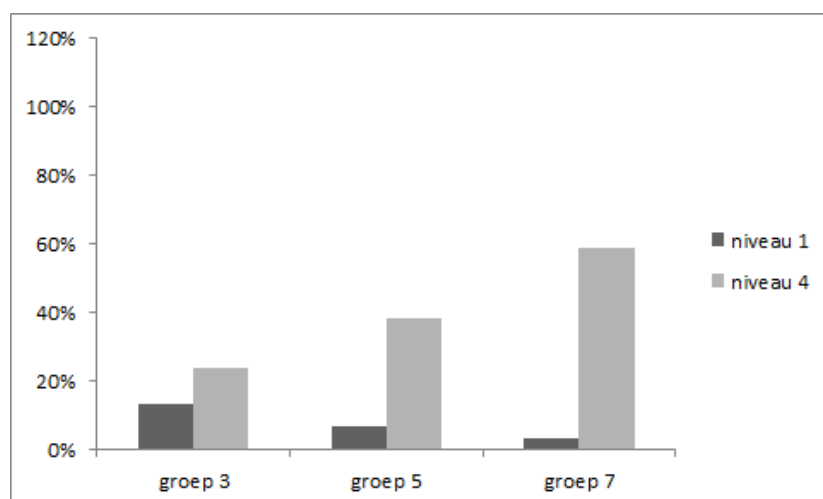
gevorderde denkniveau (denkniveau 1) stijgt juist bij deze groep: van 6% in week één naar 13% in week 5. Voor groep vijf wordt deze hypothese aangenomen omdat bij groep vijf 60% van de kinderen zich in denkniveau 4 bevond in de eerste week en dat percentage naar 68% is gestegen in de vijfde week. Het gebruik van denkniveau 1 is gedaald bij groep vijf van 8% naar 0% van week 1 naar week 5. Ook voor groep zeven is deze hypothese aangenomen omdat 98% van de kinderen zich in denkniveau 4 bevond in de laatste week terwijl dat percentage in week één 65 was (zie figuur 5).

## Hypothese 2

Bij het toetsen van de tweede hypothese, hoe ouder het kind hoe geavanceerder het denkniveau, is gekeken naar denkniveau 1 en 4 in de laatste week voor de drie cohorten. Er is gekozen om naar denkniveau 1 en 4 te kijken omdat dit het minst en het meest gevorderde denkniveaus zijn. Dit is alleen voor de laatste week gedaan omdat in deze week de verbeteringen, indien aanwezig, het best te zien zijn. Voor een compleet overzicht per taak zie tabellen 8, 9 en 10.

### De "tweekleurendraaischijf"

In week vijf bevonden zich 13% van de kinderen in groep drie in denkniveau 1. Voor groep vijf was dit 7% en voor groep zeven 3%. In denkniveau 4 bevonden zich 24% van de kinderen van groep drie, 38% van groep vijf en 59% van groep zeven. Deze percentages laten duidelijk zien dat hoe ouder het kind is, hoe beter het denkniveau is (zie figuur 8). In tabel 8 is een volledig overzicht weergegeven van deze taak voor alle groepen.



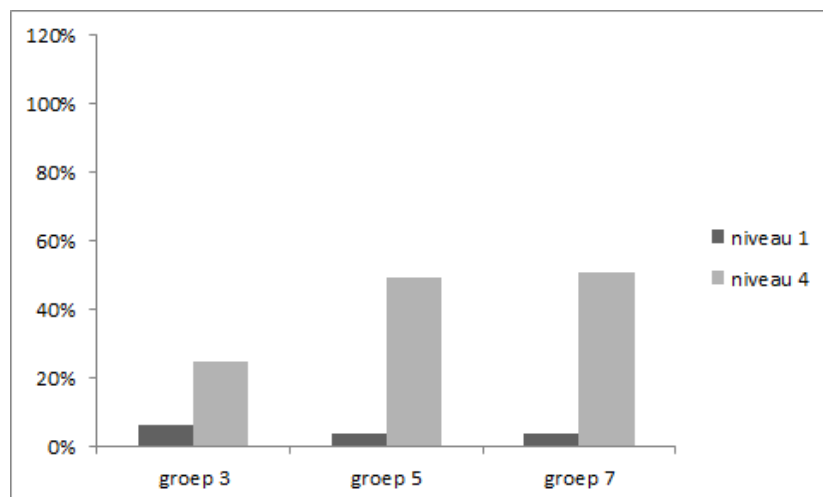
**Fig.8** De "tweekleurendraaischijf": het percentage kinderen dat gebruik maakte van denkniveau 1 en denkniveau 4 bij groep 3, 5 en 7 in week 5.

**Tabel 8** De "tweekleurendraaischijf": het aantal kinderen in groep 3, 5 en 7 dat gebruik heeft gemaakt van denkniveau 1, 2, 3 of 4 in de vijf weken van onderzoek.

Draaischijf 1	Week 1	Week 2	Week 3	Week 4	Week 5
<b>Groep 3</b>					
Niveau 1	6	5	5	4	3
Niveau 2	10	12	11	13	12
Niveau 3	6	5	4	4	4
Niveau 4	3	3	5	4	6
<b>Groep 5</b>					
Niveau 1	6	3	4	2	2
Niveau 2	8	7	9	10	10
Niveau 3	8	8	6	3	4
Niveau 4	7	8	7	10	10
<b>Groep 7</b>					
Niveau 1	0	2	2	1	1
Niveau 2	9	8	8	7	5
Niveau 3	6	5	5	6	5
Niveau 4	9	11	11	12	15

### De "meerkleurendraaischijf"

Bij deze draaischijf gebruikten 7% van de kinderen in groep drie denkniveau 1 in week vijf. Voor groep vijf en zeven was dit 4%. Denkniveau 4 werd door 25% van de kinderen in groep drie gebruikt terwijl dit voor groep vijf 49% was en voor groep zeven 51%. Ook bij deze draaischijf is een duidelijk beeld te zien; de meest gevorderde denkniveau komt het vaakst voor bij groep zeven en het minst gevorderde denkniveau komt het vaakst voor bij groep drie (zie figuur 9). In tabel 9 is een volledig overzicht weergegeven van deze taak voor alle groepen.



**Fig.9** De "meerkleurendraaischijf": het percentage kinderen dat gebruik maakte van denkniveau 1 en denkniveau 4 bij groep 3, 5 en 7 in week 5.

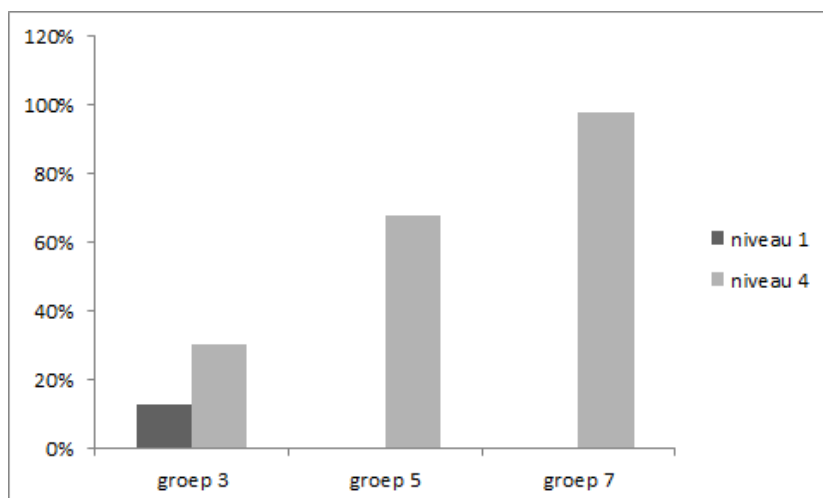


**Tabel 9** De “meerkleurendraaischijf”: het aantal kinderen in groep 3, 5 en 7 dat gebruik heeft gemaakt van denkniveau 1, 2, 3 of 4 in de vijf weken van onderzoek.

Draaischijf 2	Week 1	Week 2	Week 3	Week 4	Week 5
<b>Groep 3</b>					
Niveau 1	5	4	4	4	2
Niveau 2	11	11	10	13	12
Niveau 3	4	4	4	5	5
Niveau 4	5	6	7	3	6
<b>Groep 5</b>					
Niveau 1	3	3	2	2	1
Niveau 2	9	8	7	9	9
Niveau 3	4	3	5	4	3
Niveau 4	10	12	12	11	13
<b>Groep 7</b>					
Niveau 1	2	2	1	1	2
Niveau 2	8	8	9	8	6
Niveau 3	3	4	3	4	4
Niveau 4	12	12	12	13	14

### De “ballenbak”

Ook bij deze taak is duidelijk te zien dat oudere kinderen meer gevorderde denkniveaus gebruiken dan jongere kinderen. In groep drie gebruikten 13% van de kinderen in week vijf denkniveau 1. Voor groep vijf en zeven was dit 0%. Denkniveau 4 werd door 30% van de kinderen in groep drie gebruikt. Dit percentage was voor groep vijf en zeven duidelijk hoger: 68% van de kinderen in groep vijf en 98% van de kinderen in groep zeven (zie figuur 10). In tabel 10 is een volledig overzicht weergegeven van deze taak voor alle groepen.



**Fig.10** De “ballenbak”: het percentage kinderen dat gebruik maakte van denkniveau 1 en denkniveau 4 bij groep 3, 5 en 7 in week 5.

**Tabel 10** De “ballenbak”: het aantal kinderen in groep 3, 5 en 7 dat gebruik heeft gemaakt van denkniveau 1, 2, 3 of 4 in de vijf weken van onderzoek.

De Ballenbak	Week 1	Week 2	Week 3	Week 4	Week 5
<b>Groep 3</b>					
Niveau 1	2	2	1	1	2
Niveau 2	11	13	11	15	14
Niveau 3	3	1	2	1	1
Niveau 4	9	9	11	8	8
<b>Groep 5</b>					
Niveau 1	2	0	0	4	0
Niveau 2	7	8	7	3	6
Niveau 3	1	2	2	1	2
Niveau 4	16	16	16	18	18
<b>Groep 7</b>					
Niveau 1	0	0	2	2	0
Niveau 2	4	3	4	3	0
Niveau 3	5	6	4	0	1
Niveau 4	17	17	16	21	25

### Conclusie hypothese 2

Bij de “tweekleurendraaischijf”, de “meerkleurendraaischijf” en de “ballenbak” wordt deze hypothese aangenomen. De figuren 8, 9 en 10 laten duidelijk zien dat oudere kinderen hogere denkniveaus bezitten dan jongere kinderen. Ook in de tabellen 8, 9 en 10 is dit terug te zien.

## **Discussie**

Doel van deze studie was inzicht te verkrijgen in de ontwikkeling in denkniveaus voor het oplossen van kansrekening gerelateerde taken bij groep drie, vijf en zeven van de basisschool door gebruik te maken van microgenetisch design.

De hypothese dat er verbetering zal optreden in strategiegebruik (denkniveau) van kinderen in groep drie, vijf en zeven in de vijf weken van onderzoek kan deels bevestigd worden en deels verworpen.

De “tweekleurendraaischijf”

Bij de “tweekleurendraaischijf” werd de hypothese bevestigd dat er verbetering zal optreden in strategiegebruik (denkniveau) van kinderen in groep drie, vijf en zeven in de vijf weken van onderzoek want een loglineaire regressie analyse liet zien dat de verbeteringen van week 1 naar week 5 significant waren voor de drie cohorten.

De “meerkleurendraaischijf”

Bij de “meerkleurendraaischijf” werd deze hypothese bij groep drie, vijf en zeven verworpen want een loglineaire regressie analyse liet zien dat de verbeteringen van week 1 naar week 5 niet significant waren.

De "ballenbak"

Bij de "ballenbak" is deze hypothese voor groep drie verworpen en voor groep vijf en zeven aangenomen.

De hypothese dat oudere kinderen geavanceerdere strategieën gebruiken (of een hoger denkniveau hebben) dan jongere kinderen is bij alle taken aangenomen. Dit ondersteunt het model van Siegler (het overlappende golvenmodel), want in dit model is te zien dat gevorderd strategiegebruik toeneemt met de leeftijd (Siegler, 1996).

### Vernieuwende, minder sterke en sterke aspecten van dit onderzoek

Vernieuwend in dit onderzoek is het gebruik van microgenetisch design bij het in kaart brengen van de gebruikte strategieën bij het oplossen van kansrekening gerelateerde taken bij basisschoolkinderen in groep drie, vijf en zeven. Het conceptuele raamwerk (Metz, 1998) is in dit onderzoek gebruikt om de strategieën die de kinderen gebruiken te definiëren en onder te brengen in denkniveaus. Ook is het overlappende golvenmodel (Siegler, 1996) gebruikt om de ontwikkeling in denkniveaus in kaart te brengen en een vergelijking te kunnen maken tussen de jongere en de oudere kinderen.

Dit onderzoek kent een aantal beperkingen waaronder een selectie-effect van de basisscholen die deel hebben genomen aan dit onderzoek. Maar 7% van de basisscholen die benaderd zijn voor deelname hebben toegestemd met deelname. Daardoor zijn de participanten per toeval samen gekomen en voldoen niet aan een bepaalde selectie die van tevoren is bepaald. De vraag is waarom juist deze scholen aan het onderzoek hebben meegedaan en wat voor effect dit op de data heeft. Een andere beperking in dit onderzoek is dat bij de kinderen vijf weken lang dezelfde taken zijn afgenomen. Ondanks variatie in kleuren en verhoudingen van de draaischijven en de ballen kan dit ervoor gezorgd hebben dat de kinderen steeds minder gemotiveerd werden bij de afnames door herhaling van de taken. Verder was bij groep zeven een plafond-effect waar te nemen omdat deze kinderen sommige taken al goed beheersten vanaf week 1. Mogelijk is de moeilijkheidsgraad van de taken verschillend. Dat kan tevens een verklaring zijn voor het feit dat niet bij alle taken en alle groepen een significante verbetering van de denkniveaus waar te nemen was. Ook een belangrijke beperking in dit onderzoek is dat de data individueel door vier verschillende testleiders is gescoord. Dit kan mogelijk ervoor gezorgd hebben dat de hypothese dat er verbetering zal optreden in strategiegebruik (denkniveau) van kinderen in groep drie, vijf en zeven in de vijf weken van onderzoek deels verworpen is. Fischbein (1975) stelt dat instructie erg belangrijk is bij kans gerelateerde taken maar in dit onderzoek is na de afnames geen instructie gegeven waardoor mogelijk de verwachte resultaten deels zijn uitgebleven. Wat ook tot de beperkingen van dit onderzoek behoort, is het gebruik van de modus bij hypothese 1 bij de "tweekleurendraaischijf" en de "meerkleurendraaischijf". De modus is vaak instabiel en er moet een duidelijke piek in de frequentieverdeling zitten om de modus te kunnen gebruiken.

Dit onderzoek kent ook een aantal sterke punten. De steekproef is divers te noemen omdat de afnames op katholieke, protestante en openbare basisscholen op verschillende plaatsen hebben plaatsgevonden. Een ander sterk punt van dit onderzoek is dat de afnames van de taken bij alle kinderen zijn opgenomen en daarna volledig uitgetypt waardoor de kans op fouten maken bij het scoren minder groot werd. Tevens is de indruk gewekt dat de kinderen het leuk vonden om deel te nemen aan dit onderzoek en genoeg gemotiveerd waren om de taken goed te voldoen. Dit was vooral bij groep drie en vijf terug te zien.

### Relevantie onderzoek en implicaties voor vervolgonderzoek

Dit onderzoek heeft met gebruik van microgenetisch design de ontwikkeling in strategiegebruik (denkniveau) bij het oplossen van kansrekening gerelateerde taken weergegeven bij drie cohorten van basisschoolleerlingen. In dit onderzoek is geprobeerd de eerder genoemde kernvragen van Hawkins en Kapadia (1984); 1) Welke concepten van kans hebben kinderen van verschillende leeftijden? 2) Hoe veranderen deze concepten?, te beantwoorden middels de twee hypothesen die in dit onderzoek zijn geformuleerd (zie resultaten).

Theoretisch gezien heeft dit onderzoek bijgedragen aan meer kennis over het begrip van kans bij basisschoolleerlingen. Het model van Siegler (1996) is goed bruikbaar gebleken in dit onderzoek en het is aan te raden om dit model ook bij vervolgonderzoek te gebruiken. Het model van Metz (1998) is niet geheel toepasbaar gebleken. Een eigen interpretatie bij de scoring van de strategieën is niet altijd te vermijden en daardoor wordt het scoren erg moeilijk gemaakt. Het is om die reden aan te raden de scoring met twee of meer personen te doen zodat eigen interpretatie zoveel mogelijk wordt vermeden. Ook is het aan te raden minder vragen te scoren bij de taken. Dit komt omdat niet alle vragen die in dit onderzoek gescoord zijn even belangrijk zijn voor het strategiegebruik van de kinderen. Verder is het aan te raden de taken aan te passen voor groep zeven vanwege het plafond-effect. Bij de leerlingen uit groep zeven was een motivatieafname waar te nemen gedurende het onderzoek, vooral in de laatste twee weken. Verder is het mogelijk dat de eerste hypothese bij de "ballenbak" voor groep drie verworpen werd omdat deze taak te moeilijk is voor kinderen uit groep drie en wat aanpassingen behoeft.

Praktisch gezien is het te verwachten dat het invoeren van kansrekening op het basisschoolonderwijs in Nederland positieve gevolgen kan hebben. Uit de resultaten van dit onderzoek is gebleken dat er bij sommige groepen en sommige taken significante verbeteringen waar te nemen zijn in het denkniveau van de kinderen wat betreft het begrip van kans. Het is aan te raden bij vervolgonderzoek instructies te geven na de afnames van de taken, want dit kan ervoor zorgen dat er meer verbeteringen zichtbaar zullen zijn bij toekomstige afnames. Tevens is microgenetisch design een goede methode gebleken om veranderingen zichtbaar te maken. Een periode van vijf weken is misschien te kort voor het waarnemen van verandering in strategiegebruik en daarom is het aan te bevelen dit tijdsinterval te verbreden.

## Referentielijst

- Acredolo, C., O'Connor, J., Banks, L., & Horobin, K. (1989). Children's ability to make probability estimates: Skills revealed through application of Anderson's functional measurement methodology. *Child Development*, 60, 933-945.
- Berk, L. E. (2006). *Child development*. Boston, MA: Allyn and Bacon.
- Devlin, K. (2008). *The unfinished game: Pascal, Fermat, and the seventeenth-century letter that made the world modern*. New York: Basic Books.
- Falk, R., & Wilkening, F. (1998). Children's construction of fair chances: adjusting probabilities. *Developmental Psychology*, 34, 1340-1357.
- Fay, A.L., & Klahr, D. (1996). Knowing about guessing and guessing about knowing: Preschoolers' understanding of indeterminacy. *Child Development*, 67, 689-716.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht Reidel Publishing Company.
- Flynn, E., Pine, K., & Lewis, C. (2006). The microgenetic method: time for change? *The Psychologist*, 19, 152-155.
- Garfield, J., & Ahlgren, A. (1988). Difficulties in probability and statistics: implications for research. *Journal for research in mathematics education*, 19, 44-63.
- Hawkins, A.S., & Kapadia, R. (1984). Children's conceptions of probability – a psychological and pedagogical review. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 349-377.
- Kafoussi, S. (2004). Can kindergarten children be successfully involved in probabilistic tasks? *Statistics Education Research Journal*, 3, 29-39.
- Kreitler, S., Kreitler, H. (1986). Development of probability thinking in children 5 to 12 years old. *Cognitive Development*, 1, 365-390.
- Kuzmak, S.D., & Gelman, R. (1986). Young children's understanding of random phenomena. *Child Development*, 57, 559-566.
- Metz, K.E. (1998). Emergent understanding and attribution of randomness: Comparative analysis of the reasoning of primary grade children and undergraduates. *Cognition and Instruction*, 16, 285-365.
- Nikiforidou, Z., & Pange, J. (2010). The notions of chance and probabilities in preschoolers. *Early Childhood Education Journal*, 28, 305-311.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *The Origin of the Idea of Chance in Children*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Pratt, D. (2005). How do teachers foster students' understanding of probability? Graham A. Jones (ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*, 171-189.
- Rijksoverheid (2008). Ministerie van het onderwijs; kerndoelen primair onderwijs. Verkregen op 17 februari 2012 van: [http://kerndoelen.kennisnet.nl/attachments/726873/611743\\_kerndoelen\\_TOTAAL.pdf](http://kerndoelen.kennisnet.nl/attachments/726873/611743_kerndoelen_TOTAAL.pdf).

- Siegler, R.S. (1955). How does change occur: A microgenetic study of number conservation. *Cognitive Psychology*, 25, 225-273.
- Siegler, R.S. (1996). *Emerging Minds. The process of change in children's thinking*. Oxford: Oxford University Press.
- Siegler, R.S., & Crowley, K. (1991). The microgenetic method: a direct means for studying cognitive development. *American Psychologist*, 46, 606-620.
- Way, J. (2003). The development of young children's notions of probability. *European research in mathematic education*.

# Bijlage 1

Brief aan alle scholen

Utrecht, 7 maart 2012

Geachte heer/mevrouw,

Vanuit de Universiteit van Utrecht is een interessant onderzoek gestart naar het begrip van basisschoolkinderen van kansberekening. Uit eerder onderzoek is gebleken dat jonge kinderen al enig begrip hebben van onzekerheid bij willekeurige verschijnselen, maar dat zij ook vaak verkeerde inschattingen maken in verschillende situaties. Met ons onderzoek willen wij met name het begrip verder in kaart brengen door te kijken naar het gebruik van verschillende strategieën bij het oplossen van eenvoudige kans gerelateerde problemen door kinderen van verschillende leeftijden.

Graag willen we weten of uw school interesse heeft in deelname aan dit onderzoek. Dit onderzoek draagt bij aan de ontwikkeling van het rekenonderwijs op basisscholen, waar kansberekening wellicht ook in opgenomen kan worden. Bovendien is het een leuk en leerzaam onderzoek voor uw leerlingen. Het zal de leerkrachten en de kinderen weinig inspanning kosten en uiteraard zijn wij bereid de betreffende leerkrachten, ouders en kinderen meer te informeren bij blijk van nieuwsgierigheid.

Wij zouden graag vijf weken lang iedere week twee leuke taakjes doen met kinderen uit groep drie, vijf en zeven. Deze taakjes nemen gemiddeld vijftien minuten per kind in beslag en de afname hiervan willen we vanaf eind maart tot en met april laten plaatsvinden.

Wij hopen op medewerking van uw school. Over enkele dagen zal er telefonisch contact met u worden opgenomen om deze brief toe te lichten en eventuele vragen te beantwoorden. Indien u vragen of opmerkingen heeft, zijn wij op onderstaand telefoonnummer of e-mailadres te bereiken.

Met vriendelijke groet,

Michelle ter Brake  
Kim Bruseker  
Ghisoun Hbaba  
Rianne van 't Spijker

Begeleider: Dr. Jan Boom

Universiteit van Utrecht

Contactpersoon:  
Ghisoun Hbaba (Tel.:06-19915586. E-mailadres: Ghisounhbaba@students.uu.nl)

## Brief aan scholen die deel hebben genomen aan dit onderzoek

Utrecht, 21 maart 2012

Geachte leerkracht,

Fijn dat u als school uw medewerking wilt verlenen aan het onderzoek van de Universiteit Utrecht naar wat kinderen begrijpen van kansberekening. In deze brief wil ik u informeren over het onderzoek, de planning en andere belangrijke zaken.

### Kansberekening

Uit eerder onderzoek is gebleken dat jonge kinderen al enig begrip hebben van onzekerheid bij willekeurige verschijnselen, maar ook vaak verkeerde inschattingen maken in verschillende situaties. Met ons onderzoek willen wij vooral het begrip verder in kaart brengen door te kijken naar het gebruik van verschillende strategieën bij het oplossen van eenvoudige kans gerelateerde problemen door kinderen van verschillende leeftijden.

### Het onderzoek

In totaal zou ik graag 20 kinderen vijf weken lang iedere week twee statistische taken willen laten uitvoeren in de vorm van spelletjes. Het gaat om zes kinderen uit groep drie, zeven kinderen uit groep vijf en zeven kinderen uit groep zeven. Een afname van de twee taken zal ongeveer 15 minuten in beslag nemen. Indien u het mogelijk acht, wil ik er naar streven om de taken elke week op een vaste ochtend af te nemen. Ik zal het benodigde materiaal allemaal zelf verzorgen.

### De taken

De twee taken die worden afgenomen zijn 'De kleurendraaischijf' en 'De ballenbak'. In het spel 'De kleurendraaischijf' speelt het kind tegen de onderzoeksbegeleider. Het spel bestaat uit een draaischijf en een scorebord. Van de draaischijf is een bepaald deel (bijvoorbeeld 1/4 deel) rood gekleurd en het andere deel (bijvoorbeeld 3/4 deel) blauw. Van tevoren wordt aan het kind gevraagd met welke kleur deze wil spelen en waarom. Het kind en de onderzoeksbegeleider draaien om de beurt aan de draaischijf en de kleur die de pijl bij stilstand aanwijst is de winnende kleur van die beurt. Als de pijl naar de kleur van degene die aan de beurt is wijst, mag hij of zij op het scorebord een stap naar de finish toe zetten. Het doel van het spel is om als eerste bij de finish te komen. Ook nadat het spel is afgelopen worden er een aantal vragen gesteld aan het kind over de kans op het winnen of verliezen van het spel.

Bij het spel 'De ballenbak' is er een bak waarin een aantal verschillende gekleurde ballen zitten. Het kind kan de inhoud van de bak niet zien. De ballen zijn qua kleur op een bepaalde manier verdeeld (bijvoorbeeld tien rode ballen en twee witte ballen). Door een aantal ballen uit de bak te halen en ze weer terug te leggen kan het kind raden of er meer rode ballen in de bak zitten of dat er ongeveer evenveel rode als witte ballen in de bak zitten. Ook hierover zullen een aantal vragen worden gesteld.

### Toestemming van de ouders

Voor onderzoek bij kinderen is toestemming nodig van de ouders of verzorgers. Ik heb een brief opgesteld met uitleg over het onderzoek en een toestemmingsformulier die de ouders kunnen ondertekenen als zij het ermee eens zijn dat de gegevens van hun kind gebruikt worden in het verslag. Deze kunnen de kinderen mee naar huis nemen en de volgende dag ondertekend mee terug nemen.



## Planning

De taken zullen in de maand maart en april worden afgenomen. Indien u het mogelijk acht, zouden we graag een of twee vaste ochtenden in de week gebruiken om de taken af te nemen. Welke dagen dit zijn, zal ik samen met u overeenkomen.

De planning zal er als volgt uitzien:

Week 13:       Meting 1

Week 14:       Meting 2

Week 15:       Meting 3

Week 16:       Meting 4

Week 17:       Meting 5

## Vervolg

Nadat we alle data hebben verzameld zullen wij de resultaten verwerken in een verslag. Mocht u geïnteresseerd zijn in de resultaten van het onderzoek, dan sturen wij u natuurlijk een exemplaar van het verslag op. De gegevens zullen uiteraard vertrouwelijk worden behandeld en zullen niet zonder toestemming voor andere doeleinden buiten dit onderzoek worden gebruikt.

Met bovenstaande informatie hopen wij u voldoende te hebben geïnformeerd. Mocht u nog vragen of opmerkingen hebben, dan kunt u contact opnemen via onderstaand e-mailadres of telefoonnummer.

Met vriendelijke groet,

(Michelle ter Brake)

(Kim Bruseker)

(Ghisoun Hbaba) (Tel.:06-19915586. E-mailadres: Ghisounhbaba@students.uu.nl)

(Rianne van 't Spijker)

Begeleider: Dr. Jan Boom  
Universiteit van Utrecht

## Bijlage 2

### Brief aan ouders en toestemmingsformulier

Utrecht, 22 maart 2012

Geachte ouder(s)/verzorger(s),

Via deze brief willen ik u op de hoogte stellen van een onderzoek van de Universiteit van Utrecht naar wat kinderen begrijpen van kans en toeval. De (naam) school heeft toegestemd mee te doen aan dit onderzoek. In deze brief wordt het onderzoek uitgelegd en ik hoop dat u na het lezen enthousiast bent geworden over het onderzoek.

Uit eerder onderzoek is gebleken dat jonge kinderen al een beetje snappen dat bij je het inschatten van kansen nooit helemaal zeker kan zijn over een uitkomst. Toch maken kinderen ook vaak verkeerde inschattingen in verschillende situaties. Met ons onderzoek willen wij vooral het begrip van kans verder in kaart brengen. Dit doen we door te kijken naar het gebruik van verschillende denkwijzen bij het oplossen van eenvoudige problemen door kinderen van verschillende leeftijden. Dit onderzoek draagt bij aan de ontwikkeling van het rekenonderwijs op basisscholen, waar kansberekening wellicht ook in opgenomen kan worden.

Ik ben derdejaars psychologiestudente aan de universiteit van Utrecht en zal vanaf aanstaande maandag vijf weken lang, iedere week twee leuke taakjes over kans en toeval afnemen. Hiervoor zal ik uw kind elke week voor vijftien minuten even uit de klas halen. Deze taken worden aan de kinderen gepresenteerd in de vorm van een spel. De twee spelletjes heten 'De kleurendraaischijf' en 'De ballenbak'.

Mocht u geïnteresseerd zijn in de resultaten van het onderzoek, dan kunt u contact opnemen via onderstaand e-mailadres. De gegevens zullen uiteraard vertrouwelijk worden behandeld en zullen niet voor andere doeleinden buiten dit onderzoek worden gebruikt. Ook de naam van uw kind zal niet worden gebruikt en dus ook niet worden gekoppeld aan de uitkomsten.

Mocht u na het lezen van deze brief toestemmen de gegevens van uw kind te gebruiken in het verslag, dan kunt u het bijgevoegde toestemmingsformulier ondertekend mee teruggeven aan uw kind. Deze kan het bij zijn of haar leraar of lerares inleveren. Uw medewerking aan dit onderzoek is vrijwillig. Als u toestemming geeft om de data van uw kind te gebruiken, heeft u te allen tijde de vrijheid om op die beslissing terug te komen. U hoeft hiervoor geen reden op te geven.

Met bovenstaande informatie hoop ik u voldoende te hebben geïnformeerd. Ik hoop dat u enthousiast bent geworden om de gegevens van uw kind te mogen gebruiken. Hiermee steunt u de wetenschap, wat wellicht op langere termijn tot beter rekenonderwijs leidt. Bovendien is het een leuk en leerzaam onderzoek voor uw kind. Mocht u nog vragen of opmerkingen hebben, dan kunt u contact opnemen via onderstaand e-mailadres of telefoonnummer.

Met vriendelijke groet,

(Michelle ter Brake)  
(Kim Bruseker)  
(Ghisoun Hbaba) (Tel.:06-19915586. E-mailadres: Ghisounhbaba@students.uu.nl)  
(Rianne van 't Spijker)

Begeleider: Dr. Jan Boom  
Universiteit van Utrecht

## Toestemmingsformulier

Ik geef :  WEL

GEEN

toestemming om mijn kind te laten participeren aan het onderzoek naar wat kinderen begrijpen van kansberekening van de Universiteit van Utrecht.

(Kruis aan wat van toepassing is)

Naam kind: .....

Naam ouder/verzorger:.....

Handtekening: .....

## Bijlage 3

### Scoreformulieren

In de scoreformulieren is ook aangegeven welke vragen gescoord zijn en welke vragen voor, tijdens of na de taak gesteld zijn.

<b>Scoreformulier: <i>De kleurendraaischijf</i></b>		
Datum:	Meting: 1 2 3 4 5	Opnamecode:
Naam kind:	Geboortedatum kind:	Naam observator:

<b>Introductie:</b>	
<p>We gaan nu een bordspel spelen. Jij krijgt het ...(kleur) rondje en ik het ...(kleur) rondje. Ik zal je vertellen hoe het spelletje werkt. We gaan zodadelijk om de beurt draaien. Als de pijl op .. (kleur) komt dan mag jij een stapje vooruit, als de pijl op ... (kleur) komt mag ik een stapje vooruit (aanwijzen bord). Je wint als je als eerste bij het laatste vakje bent!</p> <p>Oke, we draaien om de beurt en dan tellen we tot drie en dan stoppen we hem (voordoen).</p>	
<i>1. Met welke draaischijf wil je spelen? En waarom? (voor) (1x gescoord)</i>	
Antwoord kind:	Strategie
<i>2. Waar denk je dat ik zal zijn als jij hier bent? Waarom denk je dat? En weet je dat zeker? (voor) (1x gescoord)</i>	
Antwoord kind:	Strategie
<b>Spel begint.</b>	
<i>3. Waarom gebeurde &lt;deze volgorde&gt;? (tijdens) (1x gescoord)</i>	
Antwoord kind:	Strategie

<p>4. <i>Kan ik nog steeds winnen? (Tijdens) (niet gescoord)</i></p> <p><i>Wat denk jij dat de kansen zijn dat ik ga winnen?</i></p> <p><i>Wat denk je dat de kansen zijn dat jij gaat winnen?</i></p>	
Antwoord kind:	Strategie
<p>5. <i>Waarom lig jij/ik zo ver voorop? (Tijdens) (2x gescoord)</i></p> <p><i>Is dit eerlijk?</i></p> <p><i>Heeft een van ons meer kans om te winnen? Waarom wel/niet?</i></p>	
Antwoord kind:	
<b>Na het spelen</b>	
<p>6. <i>Hoe komt het dat jij / ik gewonnen hebt/heb? (Na) (1x gescoord)</i></p>	
Antwoord kind:	Strategie
<p>7. <i>Denk je dat ik altijd hier eindig (in dit vakje)? Waarom wel/niet? (Na) (1x gescoord)</i></p>	
Antwoord kind:	Strategie
<p>8. <i>Kan ik winnen met deze draaischijf of denk je dat dat onmogelijk is? (Na) 1x gescoord)</i></p>	
Antwoord kind:	Strategie

## **Multicolor draaischijf**

### **Introductie:**

Ik heb hier nog een draaischijf. Welke kleuren heeft het? Ik heb hier twee rondjes. Kijk, deze heeft 2 kleuren! Rood op deze kant en blauw op deze kant. Wanneer je speelt met dit rondje, kun je verplaatsen als je rood én blauw hebt! Als je met deze speelt, mag je (alleen) bij de groene verplaatsen.

9. *Met welk rondje wil jij spelen? Waarom? (voor) (1x gescoord)*

Antwoord kind:

Strategie

10. *Waar denk je dat ik zal zijn als jij hier bent (vakje 8 aanwijzen)? (Voor) (1x gescoord)*

Antwoord kind:

Strategie

**Spel gaat nu door als eerdere spel.**

11. *Waarom gebeurde <deze volgorde>? (Tijdens) (1x gescoord)*

Antwoord kind:

Strategie

12. *Kan ik nog steeds winnen? (Tijdens) (niet gescoord)*

*Wat denk jij dat de kansen zijn dat ik ga winnen?*

*Wat denk je dat de kansen zijn dat jij gaat winnen?*

Antwoord kind:

Strategie

<p>13. Heeft een van ons meer kans om te winnen? Waarom wel/niet? (Tijdens)(2x gescoord)</p> <p>Waarom lig jij/ik zo ver voorop?</p> <p>Is dit eerlijk?</p>	
Antwoord kind:	Strategie
<b>Na het spelen</b>	
<p>14. Hoe komt het dat jij/ik gewonnen hebt/heb? (Na) (1x gescoord)</p>	
Antwoord kind:	Strategie
<p>15. Denk je dat ik altijd hier eindig (in dit vakje)? Waarom wel/niet? (Na) (2x gescoord)</p> <p>Kan ik winnen met deze schijf of denk je dat dat niet mogelijk is?</p>	
Antwoord kind:	Strategie

<b>Scoreformulier: De ballenbak</b>		
Datum:	Meting: 1 2 3 4 5	Opnamecode:
Naam kind:	Geboortedatum kind:	Naam observator:

<p><b>Introductie</b></p> <p>Ik heb hier ballen in zitten. Er zitten ... (kleur) ballen en ... (kleur) ballen in, maar ik ga je niet vertellen of ik evenveel ... (kleur) ballen heb als ... (kleur) ballen, of meer van één kleur. Hoe kan je weten of ik hetzelfde aantal heb of dat er meer van één kleur zijn? Je mag niet in de bak kijken, dat is tegen de regels. Je mag ze ook niet allemaal tegelijkertijd eruit halen.</p> <p><i>1. Hoe kun je erachter komen of er meer van één kleur inzit of van allebei evenveel? (voor)(niet gescoord)</i></p> <p>Antwoord kind:</p>
<p><u>Variatie:</u></p> <p>Als de participant niet onafhankelijk het idee van steekproef trekken verzint.</p> <p><u>Tekst:</u></p> <p>Wat als je er één uitpakte, en dan keek wat het was? Wat zou dat je zeggen? En dan daarna als je de bal er weer terug in hebt gedaan, en er dan nog een uitpakte en dat een paar keer zou doen.</p> <p><i>2. Zou dat je helpen? Wat zou dat je zeggen? (voor) (niet gescoord)</i></p> <p>Antwoord kind:</p>
<p><b>Het spel begint.</b></p> <p><u>Tekst:</u></p> <p>Zullen we gewoon spelen? Ik wil graag dat je ze eruit pakt, een voor een, totdat je redelijk</p>



<p>zeker bent of er ongeveer even veel zijn van allebei de kleuren of dat er van een kleur meer in zit.</p> <p>Het spel is dus dat je er één bal uitpakt, en die weer terug doet in de bak.</p> <p><u>Tijdens het spel worden de volgende vragen gesteld:</u></p>	
<p>3. <i>Wat denk je dat dat betekent? (na 3 of 4 keer) (tijdens) (niet gescoord)</i></p> <p><i>Ben je er zeker van?</i></p>	
<p>Antwoord kind:</p>	<p>Strategie</p>
<p>4. Je mag nu doorpakken en terugstoppen totdat je er ongeveer zeker van bent wat er in zit.</p> <p><i>Denk je dat je nu al weet of er van één kleur meer ballen in de bak zitten? (tijdens) (1x gescoord)</i></p> <p><i>Denk je dat het een verschil zou maken als je nog langer doorging met pakken?</i></p> <p><i>Hoe zeker ben je dat .. ?</i></p>	
<p>Antwoord kind:</p>	<p>Strategie</p>
<p>5. <i>Waarom ben je er .. zeker van? (tijdens) (niet gescoord)</i></p> <p><i>Is er een manier waarop je het heel zeker weet?</i></p>	
<p>Antwoord kind:</p>	<p>Strategie</p>
<p><b>Na het spel</b></p>	
<p>6. <i>Zullen we kijken?</i> <i>(na) (1x gescoord)</i></p> <p><i>Had je gelijk?</i></p>	

*Waarom dacht je dat .., terwijl er eigenlijk ... was?*

*Als fout → Hoe kon je weten dat er meer rode in zaten dan blauwe?*

Antwoord kind:

Strategie